EEN STATISTISCHE THEORIE OVER SNELLE FADING

door

H. J. DE BOER

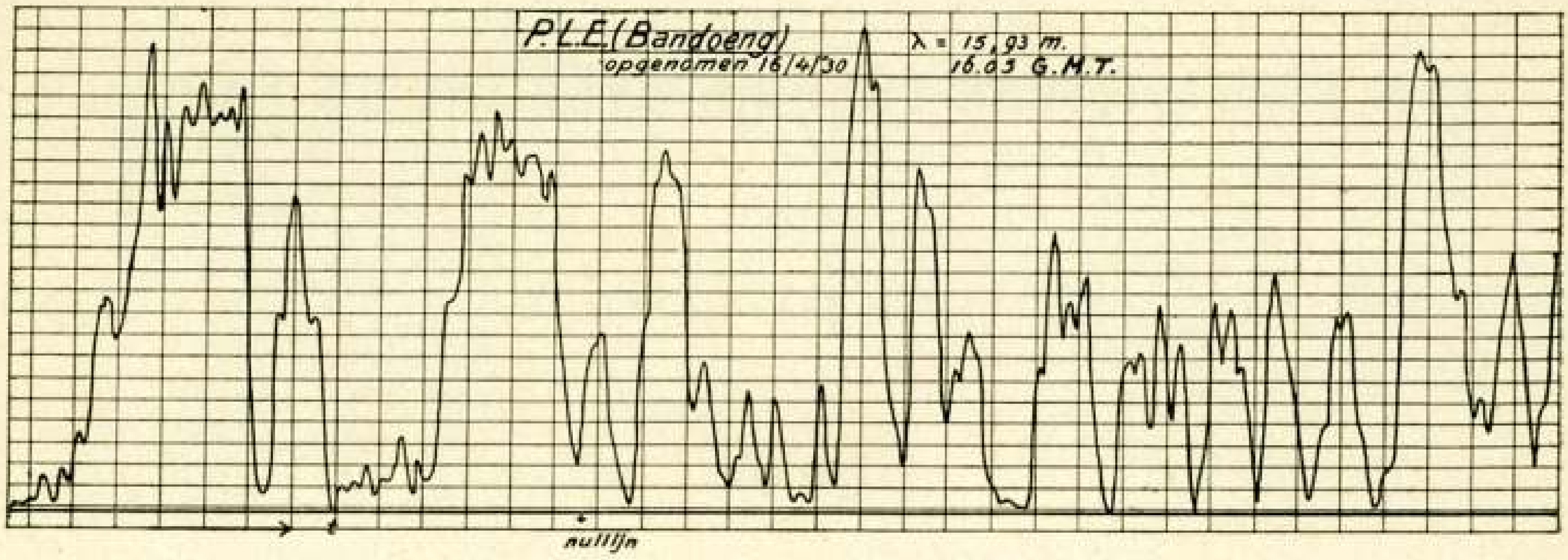
Inleiding.

Zooals bekend is, wordt het luisteren naar ultra-kortegolf-stations, welke op een grooten afstand van de plaats van ontvangst liggen, minder aangenaam gemaakt door het verschijnsel van fading. Een verklaring hiervan is het volgende. De hoogfrequente golven, welke langs het aardoppervlak gaan, worden sterk geabsorbeerd en reeds op betrekkelijk korten afstand van den zender is van eenige straling niets meer te bemerken. Wat we echter wel opvangen, is langs anderen weg tot ons gekomen. De stralen, die onder een hoek met het oppervlak der aarde den zender verlaten, worden door de *Kennelly-Heaviside*laag gebroken en naar de aarde teruggebogen. De stralen, die we dan op onze antenne opvangen, hebben elk een verschillenden weg afgelegd. Daardoor komen ze aan op de plaats van ontvangst met verschillende phase, waardoor interferentie ontstaat. Dit is dus een oorzaak van fading, welke we in het vervolg phasevariatie zullen noemen. De stralen, welke door de *Kennelly-Heaviside*laag gebroken worden, ondergaan een absorptie afhankelijk van den weg, afgelegd door de geleidende laag en van de electronendichtheid der laag op dat moment.

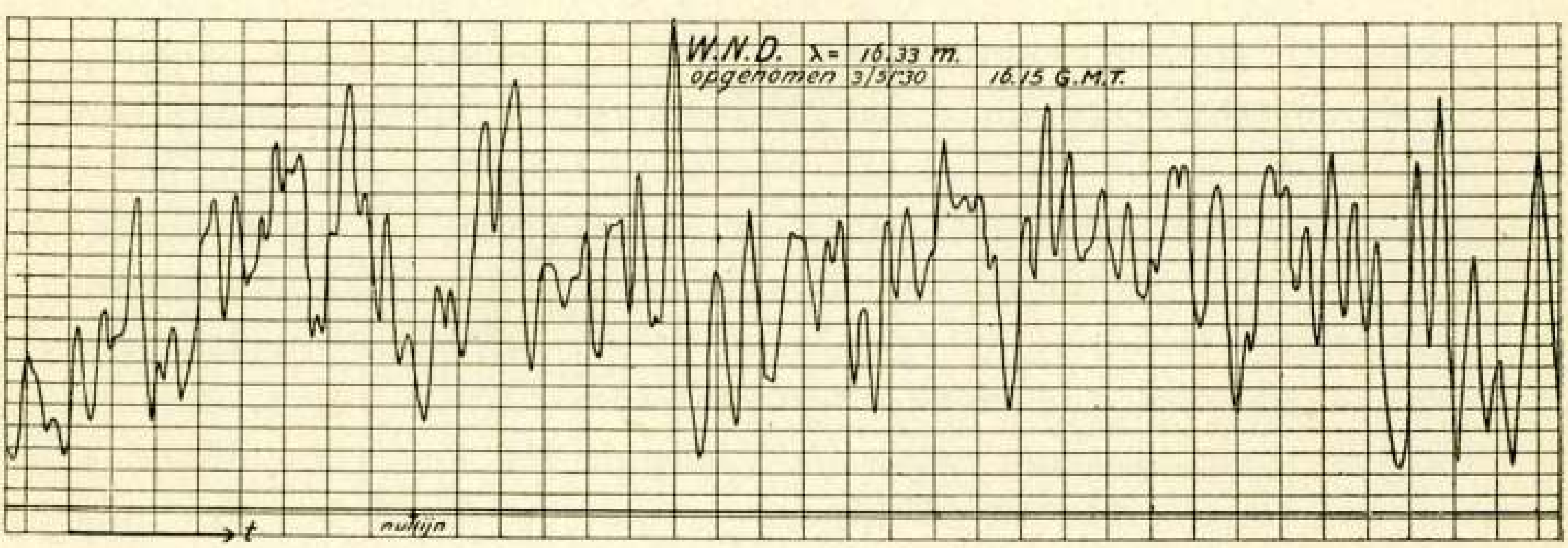
De hierdoor ontstane amplitudevariatie heeft eveneens grooten invloed op het karakter van de fading. Behalve deze oorzaken bestaan nog andere, bijv. draaiïng van het polarisatievlak, en ook dat sommige stralen buiten het vlak van den grooten cirkel van zender naar plaats van ontvangst zich voortplanten.

Registreeren we nu de signaalsterkte op de een of andere manier, dan zien we dat deze zeer sterk en snel varieert door de bovengenoemde fading. Een maat voor die fading kunnen

we geven in de „procentueele strooiïng". Is de uitwijking uit den nulstand op een bepaald moment v en deze v verandert sterk met den tijd, dan wordt de procentueele strooiïng uitgedrukt door $\left(\overline{v^2} - \overline{v}^2\right) / \overline{v^2}$.



Figuur 1



Figuur 2

Van bovenstaande graphieken is de eerste opgenomen 16 April 1930 van P. L. E. op golflengte 15,93 m. om 16.05 G. M. T. De tweede van W. N. D., $\lambda = 16{,}33$ m. 3 Mei 1930 om 16.15 G. M. T. Hierbij was gebruikt een verticale antenne 9 m. lang. De ontvanger was een superheterodyne. De laagfrequente output werd gedetecteerd door middel van een detectiemethode, welke een zoo goed mogelijk lineair verloop had.

Van onze fadingopname was $\overline{v} = 3{,}9$ c.M. $\overline{v^2} = 26{,}82$ c.M^2., zoodat de bovengenoemde procentueele strooiïng hier bedraagt 44,5 %.

De tweede leverde 43,5 %.

In het volgende wordt een poging gedaan dat hooge percentage statistisch te verklaren.

I. *Phasevariatie.*

1) Als eenvoudigste geval kan worden verondersteld, dat op een antenne aankomen twee stralen beide met amplitude E, die elk een verschillenden weg hebben afgelegd via de *Kennelly-Heaviside*laag. Deze twee zullen interfereeren. De resultante r zal, als Θ de phasehoek en E de amplitude is, gegeven zijn door:

$$r^2 = 2\,E^2\,(1 - \cos\Theta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

De phasehoek kan alle mogelijke waarden aannemen tusschen 0° en 360°. De waarschijnlijkheid, dat Θ ligt tusschen Θ en $\Theta + d\,\Theta$ is $\frac{d\,\Theta}{2\,\pi}$, zoodat de waarschijnlijkheid, dat r ligt tusschen r en $r + d\,r$ is $\frac{1}{2\,\pi} \cdot \frac{d\,\Theta}{d\,r} \cdot d\,r$.

Uit (1) volgt:

$$2\,r\,d\,r = 2\,E^2 \sin\Theta \,.\, d\,\Theta$$

$$\frac{d\,r}{d\,\Theta} = \frac{E^2 \sin\Theta}{r}$$

$$\frac{1}{2\,\pi} \cdot \frac{d\,\Theta}{d\,r} \cdot d\,r = \frac{1}{2\,\pi} \cdot \frac{r\,d\,r}{E^2 \sin\Theta}$$

$$\sin\Theta = \frac{r}{E}\sqrt{1 - \frac{r^2}{4\,E^2}}$$

(Zie ook *Eckersley*, Marconi Review, Oct. en Nov. 1928).

De verdeelingswet, die de waarschijnlijkheid aangeeft, dat r ligt tusschen r en $r + d\,r$, luidt als volgt:

$$\frac{1}{2\,\pi} \cdot \frac{dr}{E\sqrt{1 - \frac{r^2}{4\,E^2}}}$$

De som van de kansen moet altijd 1 zijn. Hiervoor moeten we in ons geval alleen nog bedenken, dat r kan liggen tusschen $-\,2\,E$ en $+\,2\,E$, dan is de waarschijnlijkheid, dat r ligt tusschen 0 en $2\,E$

$$\frac{2}{2\pi} \cdot \int_0^2 \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{4}}} = 1$$

Thans kunnen we overgaan tot het berekenen van de procentueele strooiïng van r:

$$\overline{r^2} = 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2E} \frac{r^2\, dr}{E\sqrt{1 - \frac{r^2}{4E^2}}} = 2E^2$$

Dit resultaat volgt ook direct uit (1) n.l.:

$$\overline{r^2} = 2E^2 \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \cos\Theta) \,.\, d\Theta = 2E^2 \,.$$

$$\overline{r}^2 = \left(\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2E} \frac{r\, dr}{E\sqrt{1 - \frac{r^2}{4E^2}}} \right)^2 = \frac{16}{\pi^2} E^2 \,.$$

zoodat de procentueele strooiïng $\left(\overline{r^2} - \overline{r}^2\right) \big/ \overline{r^2}$ wordt:

$$\frac{2E^2 \left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)}{2E^2} = 0{,}191$$

2) Nu nemen we aan, dat m-stralen ($m \gg 1$) op de antenne invallen. Dan toont Lord Rayleigh [1]) aan, dat de waarschijnlijkheid van r over m vectoren van toevallige phase tusschen r en $r + dr$ is $\frac{2}{m} e^{-\frac{r^2}{m}} r\, dr$.

Ook in dit geval moet weer de som der kansen 1 zijn, hetgeen uitkomt. De gemiddelde kwadraatwaarde

$$\overline{r^2} = \frac{2}{m} \int_0^{\infty} r^3 e^{-\frac{r^2}{m}} dr = m$$

De gemiddelde waarde in het kwadraat is

[1]) Lord Rayleigh, Scientific Papers I art. 68.

$$\overline{r}^2 = \left(\frac{2}{m}\int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{m}} r^2\, dr\right)^2 = \frac{1}{4} m \pi .$$

Nu levert de procentueele strooiïng ons:

$$\frac{\overline{r^2} - \overline{r}^2}{\overline{r^2}} = \frac{m - \frac{\pi}{4} m}{m} = 1 - \frac{\pi}{4} = 0{,}215 .$$

Merkwaardig is het geringe verschil tusschen 2 en een groot aantal stralen. We zullen dezelfde grootheid ook nog berekenen voor 3 en 4 invallende stralen om de volledige theoretische kromme te krijgen voor phasevariatie.

3) Beschouwen we nu het geval van n invallende stralen van gelijke amplitude (n willekeurig). Deze algemeene verdeelingswet vinden we ook bij Lord Rayleigh [1]) voor n gelijke vectoren van willekeurige phase.

De waarschijnlijkheid per eenheid van oppervlak in het vlak van afbeelding voor n stralen zij genoemd $\varphi_n(r^2)$. Dan is in ons geval

$$2\pi\varphi_n(r^2) = \frac{2}{n} e^{-\frac{r^2}{n}} \left\{ 1 - \frac{1}{4n}\left(2 - \frac{4r^2}{n} + \frac{r^4}{n^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{12 n^2}\left(1 - \frac{12 r^2}{n} + \frac{15 r^4}{n^2} - \frac{14 r^6}{3 n^3} + \frac{3 r^8}{8 n^4}\right)\right\}.$$

Deze formule gaat over in geval 2) voor n heel groot, hetgeen ook juist in deze paragraaf is ondersteld. De waarschijnlijkheid voor 3 invallende stralen, opdat r ligt tusschen r en $r + dr$, wordt nu

$$\frac{2}{3} e^{-\frac{r^2}{3}} r\, dr \left\{ 1 - \frac{1}{12}\left(2 - \frac{4r^2}{3} + \frac{r^4}{9}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{108}\left(1 - 4r^2 + \frac{5r^4}{3} - \frac{14 r^6}{81} + \frac{r^8}{216}\right)\right\} =$$

$$\frac{2}{3} e^{-\frac{r^2}{3}} r\, dr \left(\frac{91}{108} + \frac{2r^2}{27} + \frac{r^4}{162} - \frac{7r^6}{4374} + \frac{r^8}{23328}\right) = f_3(r)\, dr$$

[1]) Lord Rayleigh, Scientific Papers VI, art. 441.

We bepalen de gemiddelde kwadraatwaarde

$$\overline{r_3^2} = \frac{\int\limits_0^\infty f_3(r)\, r^2\, dr}{\int\limits_0^\infty f_3(r)\, dr} = 2{,}8757$$

De juiste waarde is 3. Maar deze afwijking ligt aan de verdeelingswet, daar deze slechts een benadering geeft. Voor grootere n is ze ook nauwkeuriger.

Thans moet de gemiddelde waarde in het kwadraat berekend worden.

$$\overline{r}^2 = \left(\frac{\int\limits_0^\infty f_3(r)\, r\, dr}{\int\limits_0^\infty f_3(r)\, dr} \right)^2 = 2{,}237$$

De procentueele strooiing is dus hier $\dfrac{\overline{r_3^2} - \overline{r_3}^2}{\overline{r_3^2}} = 0{,}2221.$

In deze uitkomst van 22,21 % ligt een onnauwkeurigheid. De algemeene verdeelingswet was afgeleid voor $n > 3$ en hier is ze reeds toegepast voor $n = 3$, waardoor de som van de kansen, d. w. z. $\int\limits_0^\infty f_3(r)\, dr \neq 1$ werd. De fout bedraagt ongeveer 6 %.

4) Voor 4 invallende stralen wordt de verdeelingswet

$$f_4(r)\, dr = \frac{2}{4} e^{-\frac{r^2}{4}}\, r\, dr \left\{ 1 - \frac{1}{16}\left(2 - r^2 + \frac{r^4}{16}\right) + \frac{1}{192}\left(1 - 3r^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{15}{16} r^4 - \frac{7}{96} r^6 + \frac{3}{3048} r^8\right)\right\} = \frac{1}{2} e^{-\frac{r^2}{4}}\, r\, dr \left(\frac{169}{192} + \frac{9}{192} r^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{1024} r^4 - \frac{7}{12132} r^6 + \frac{1}{131072} r^8 \right).$$

Eerst berekenen we $\int\limits_0^\infty f_4(r)\, dr$. Deze integraal blijkt $= 1$ te

zijn, hetgeen ook moet zijn, daar de som van de kansen *1* moet geven. Nu is het eenvoudig om nog de gemiddelde kwadraatwaarde te berekenen.

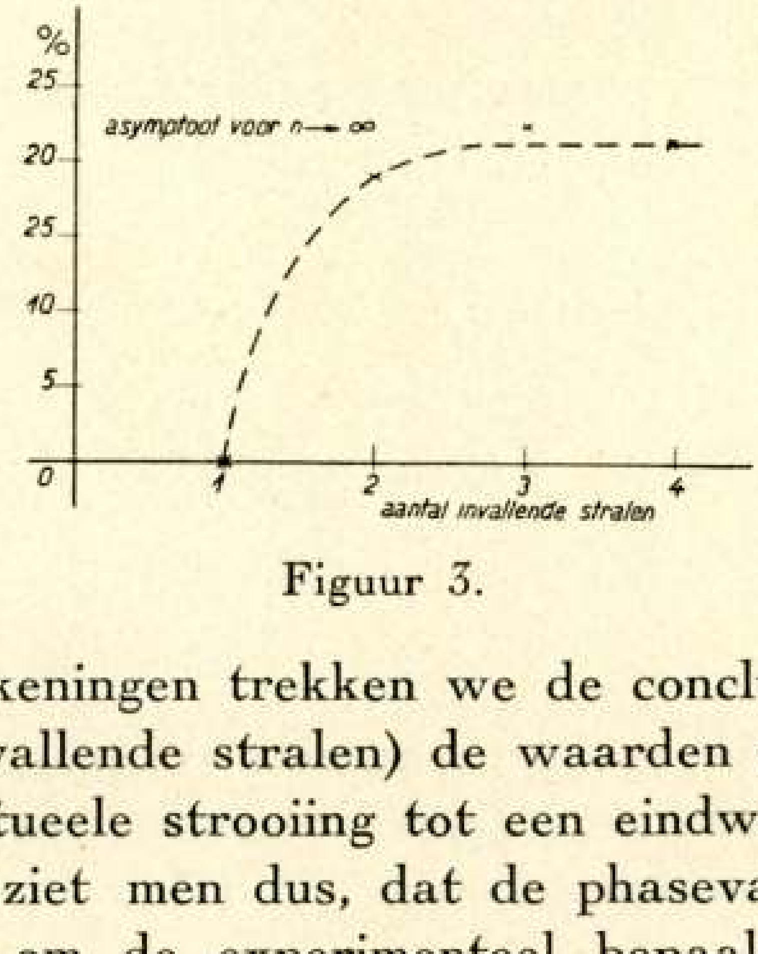
$$\overline{r_4^2} = \int_0^\infty f_4(r)\, r^2\, dr = 4{,}125.$$

Zooals men ziet is deze uitkomst, welke de waarde *4* had moeten hebben, reeds minder afwijkend dan in het geval van 3 invallende stralen. De berekening van de gemiddelde waarde in het kwadraat levert ons:

$$\overline{r_4}^2 = \left(\int_0^\infty f_4(r)\, r\, dr\right)^2 = 3{,}2456.$$

De procentueele strooiing is nu dus

$$\frac{\overline{r_4^2} - \overline{r_4}^2}{\overline{r_4^2}} = 0{,}2132.$$



Figuur 3.

Uit deze berekeningen trekken we de conclusie, dat, wanneer *n* (het aantal invallende stralen) de waarden van *1* tot ∞ doorloopt, de procentueele strooiing tot een eindwaarde van 21,5 % nadert. Hieruit ziet men dus, dat de phasevariatie alleen niet voldoende geeft om de experimenteel bepaalde strooiing van 44,5 % te verklaren. (Zie bijgevoegde kromme).

In de figuur is alleen het waarschijnlijke verloop van de kromme aangegeven. Deze wijkt slechts voor $n = 3$ af van de lijn getrokken door de berekende punten.

II. *Phase- met Amplitudevariatie.*

1) Zooals van tevoren ook te verwachten was, bleek in het vorige hoofdstuk, dat phasevariatie alleen niet voldoende het

hooge fading-percentage weergaf. Daarom zullen we niet alleen de phase, maar ook de amplitude laten variëeren. Indien men de grootste amplitude, die waargenomen wordt, één noemt en verder de waarden, die de amplitude op elk moment kan aannemen, gelijkelijk verdeelt tusschen *o* en *1*, dan is de waarschijnlijkheid dat E inligt tusschen E en $E + dE$ gelijk aan dE. Verder denken we steeds nog het phaseverschil tusschen twee stralen gelijkelijk verdeeld over 360°, zoodat hiervoor geldt $\frac{d\,\Theta}{2\,\pi}$.

We beschouwen twee stralen, die nagenoeg denzelfden weg afleggen, zoodat ze beide even sterk geabsorbeerd op de antenne aankomen. Het volgende moment zullen ze meer of minder geabsorbeerd zijn, hetzij door plaatselijke snelle veranderingen in de Heavisidelaag, hetzij ze samen langs een anderen weg de antenne bereikten. Zoo stellen we ons voor, dat ze aldus voldoen aan de bovengenoemde verdeelingswet voor amplitudevariatie. Maar doordat de afgelegde weg lang is en de golflengte kort, zal het gemakkelijk te begrijpen zijn, dat het phaseverschil alle mogelijke waarden kan aannemen.

Nu is $r^2 = 2\,E^2\,(1 - \cos\Theta)$

De gemiddelde kwadraatamplitude is eenvoudig te berekenen in dit geval:

$$\overline{r^2_2} = 2\int_0^1\int_0^{2\pi} E^2\,(1 - \cos\Theta)\,.\,d\,E\,.\,\frac{d\,\Theta}{2\,\pi} = \frac{2}{3}\,.$$

$$\overline{r_2}^2 = \left(\int_0^1\int_0^{2\pi} E\sqrt{2\,(1 - \cos\Theta)}\,.\,d\,E\,.\,\frac{d\,\Theta}{2\,\pi}\right)^2 = \frac{4}{\pi^2}\,.$$

Aldus krijgen we een procentueele strooiing van 38,6%.

De resultante van drie gelijke vectoren, die hoeken Θ_1 en Θ_2 insluiten, wordt uitgedrukt door:

$$r_3^2 = E^2\left\{3 - 2\cos\Theta_1 - 2\cos\Theta_2 + 2\cos\left(\Theta_1 + \Theta_2\right)\right\}.$$

Dan is

$$\overline{r_3^2} = \int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} E^2\left\{3 - 2\cos\Theta_1 - 2\cos\Theta_2 + \right.$$

$$\left. + \,2\cos\left(\Theta_1 + \Theta_2\right)\right\}.\,d\,E\,.\,\frac{d\,\Theta_1}{2\,\pi}\,.\,\frac{d\,\Theta_2}{2\,\pi} = 1.$$

De gemiddelde resultante is:

$$\overline{r_3} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} E^2 \sqrt{3 - 2\cos\Theta_1 - 2\cos\Theta_2 + 2\cos(\Theta_1 + \Theta_2)} \, . \, dE . \frac{d\Theta_1}{2\pi} . \frac{d\Theta_2}{2\pi} =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{3 - 2\cos\Theta_1 - 2\cos\Theta_2 + 2\cos(\Theta_1 + \Theta_2)} . \frac{d\Theta_1}{2\pi} . \frac{d\Theta_2}{2\pi} .$$

Voor het berekenen van deze integraal bedenken we slechts, dat deze zonder de factor $^1/_2$ niets anders is als de $\overline{r}$ van de phasevariatie alleen. En dit is reeds berekend in I, 3. Zoo is dan

$$\overline{r} = \frac{1}{2} . \frac{19}{39} \sqrt{3\pi}$$

$$\overline{r}^2 = \frac{1}{4} . 3\pi . \left(\frac{19}{39}\right)^2 = 0{,}557.$$

Dit geeft ons een procentueele strooiing van 44,3%.

De berekening voor 4 invallende stralen gaat geheel analoog. We ontnemen aan de berekening over de phasevariatie de $\overline{r_4^2}$ en vermenigvuldigen deze met den factor voor amplitudevariatie. Zoo wordt

$$\overline{r_4^2} = \frac{1}{3} . 4{,}125 = 1{,}375 \text{ en}$$

$$\overline{r_4}^2 = \frac{1}{4} . 3{,}1456 = 0{,}8114$$

De procentueele strooiïng levert dan 41 %.

Algemeen opgezet voor m invallende stralen ($m \gg 1$) vinden we in dit geval voor $\overline{r_m^2} = \frac{1}{3} m$ en voor $\overline{r_m} = \frac{1}{2} . \frac{1}{2} \sqrt{m\pi}$.

Aldus vindt men een procentueele strooiïng van 41 % tot limiet.

Voor 1 invallende straal hebben we met de phase niet te maken, daar dan geen interferentie kan optreden. Eenvoudig wordt het voor

$$\overline{r_1^2} = \int_0^1 E^2 \, dE = \frac{1}{3} \text{ en}$$

$$\overline{r_1}^2 = \left(\int_0^1 E \, dE \right)^2 = \frac{1}{4}$$

Zoo levert ons de procentueele strooiïng 25 %.

Hier hebben we nu de geheele kromme berekend voor phasemet amplitudevariatie, wanneer de amplitudes tegelijk varieeren tusschen 0 en 1 en de phases geheel willekeurig zijn.

Physisch kunnen we dit als volgt interpreteeren. Een bundel van m invallende stralen ($m \gg 1$), die alle nagenoeg denzelfden weg door de atmosfeer hebben afgelegd, geeft door interferentie en absorptie een procentueele strooiïng van 41 %, hetgeen de experimenteel gevonden strooiïng van 44,5 % reeds aardig benadert. De strooiïng van 41 % is reeds vanaf $m = 4$ geheel onafhankelijk van m.

Een dergelijke bundel heeft natuurlijk een resulteerende amplitude en een resulteerende phase. Wanneer nu meerdere bundels invallen, is het de vraag hoe de fading zal verloopen als functie van het aantal bundels, dus b.v. in het geval van een dubbelgereflecteerde bundel en één, die alleen tegen de *Heaviside*laag teruggekaatst is. Die bundels vatten we op als stralen met willekeurige amplitude en willekeurige phase en we hebben dan slechts na te gaan de interferentie van die stralen.

2) We zullen nu beschouwen het geval, dat ook de amplitudes elk apart varieeren van 0 tot 1, dan vinden we voor één invallende straal natuurlijk weer 25 % strooiïng, daar geen phaseinterferentie kan optreden.

Voor vele stralen komen we met de volgende redeneering tot een resultaat. De verdeelingswet voor de resultante r van m vectoren ter lengte E en van willekeurige phase is

$$\frac{2}{m E^2} e^{-\frac{r^2}{m E^2}} r \, dr$$

Neem nu aan, dat van deze m vectoren ook de grootte E onafhankelijk varieert met gelijke kans tusschen 0 en 1, dan wordt onze verdeelingswet

$$\frac{2}{m \int_0^1 E^2 \, dE} e^{-\frac{r^2}{m \int_0^1 E^2 \, dE}} r \, dr \, .$$

De procentueele strooiïng hiermee berekend is geheel dezelfde als die voor phasevariatie alleen, n.l. 21,5 %.

Om de geheele kromme te kennen voor dit geval en ook voor de interferentie van 2 bundels als boven vermeld, moeten wij nog de strooiïng berekenen voor 2 stralen.

De resultante d van 2 vectoren E_1 en E_2 met een ingesloten hoek Θ wordt uitgedrukt als functie van deze drie grootheden door de betrekking:

$$d^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2\,E_1\,E_2 \cos\Theta$$

Met de bekende frequentiewetten levert de gemiddelde kwadraat-amplitude ons:

$$\overline{d^2} = \int_0^1\int_0^1\int_0^{2\pi} (E_1^2 + E_2^2 - 2\,E_1\,E_2 \cos\Theta)\, d\,E_1 \,.\, d\,E_2 \,.\, \frac{d\,\Theta}{2\,\pi} = \frac{2}{3}$$

$$d = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2\,E_1\,E_2 \cos\Theta} = \frac{E_1^2\,(1 + r^2 - 2\,r \cos\Theta)}{\sqrt{1 - 2\,r \cos + 1^2}} \text{ als } \frac{E_2}{E_1} = r$$

$$E_2 = E_1\, r \text{ dus } d\,E_2 = E_1\, dr$$

E_1 en E_2 loopen van 0 tot 1, zoodat r van 0 tot $1/E_1$ loopt.

$$\overline{d} = \int_0^1\int_0^{1/E_1}\int_0^{2\pi} E_1^2\, \frac{1 + 1^2 - 2\,r\cos\Theta}{\sqrt{1 - 2\,r\cos\Theta + r^2}} \,.\, d\,E_1 \,.\, dr \,.\, \frac{d\,\Theta}{2\,\pi} =$$

$$= \int_0^1 E_1^2 \int_0^1\int_0^{2\pi} \frac{1 + r^2 - 2\,r\cos\Theta}{\sqrt{1 - 2\,r\cos\Theta + 1^2}} \,.\, d\,E_1 \,.\, dr \,.\, \frac{d\,\Theta}{2\,\pi} +$$

$$+ \int_0^1 E_1^2 \int_1^{1/E_1}\int_0^{2\pi} \frac{1 + r^2 - 2\,r\cos\Theta}{\sqrt{1 - 2\,r\cos\Theta + r^2}} \,.\, d\,E_1 \,.\, dr \,.\, \frac{d\,\Theta}{2\,\pi} = I_1 + I_2$$

Deze integralen ontwikkelen we in bolfuncties.

$$I_1 = \int_0^1 E_1^2 \int_0^1\int_0^{2\pi} (1 + r^2) \left\{ P_0 + r\,P_1 + 1^2\,P_2 + \cdots \right\} . \, d\,E_1 \,.\, dr \,.\, \frac{d\,\Theta}{2\,\pi} -$$

$$- 2 \int_0^1 E_1^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} r \cos \Theta \left\{ P_0 + P r_1 + r^2 P_2 + \cdots \right\} . d E_1 . dr . \frac{d \Theta}{2 \pi} =$$

$$= \int_0^1 E_1^2 \int_0^1 \left\{ 1 + \frac{1}{4} r^2 + \frac{1}{64} r^4 + \frac{1}{256} r^6 \right\} . d E_1 . dr \infty \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$$

De integratie naar r van 0 tot 1 is geoorloofd, daar de reeks convergeert.

$$I_2 = \int_0^1 E_1^2 \int_1^{1/E_1} \int_0^{2\pi} (1 + r^2) \left\{ \frac{1}{r} P_0 + \frac{1}{r^2} P_1 + \frac{1}{r^3} P^2 + \cdots \right\} . d E_1 . d r . \frac{d \Theta}{2 \pi} -$$

$$- 2 \int_0^1 E_1^2 \int_1^{1/E_1} \int_0^{2\pi} r \cos \Theta \left\{ \frac{1}{r} P_0 + \frac{1}{r^2} P_1 + \frac{1}{r^3} P_2 + \cdots \right\} . d E_1 . dr . \frac{d \Theta}{2 \pi} =$$

$$= \int_0^1 E_1^2 \int_1^{1/E_1} \left(r + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{r} + \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{r^3} + \frac{1}{256} \cdot \frac{1}{r^5} \right) . d E_1 . dr \infty \frac{1}{2} + \frac{1}{36} - \frac{1}{6}$$

De integratie naar r van 1 tot $1/E_1$ is ook hier geoorloofd wegens de convergentie der reeks.

$$\overline{d} = I_1 + I_2 = 0{,}73$$

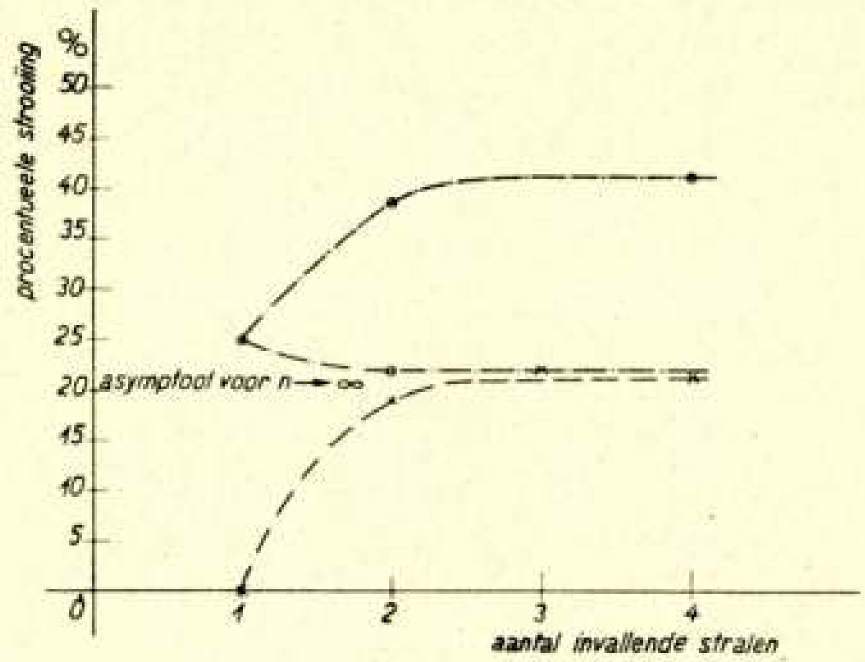
De procentueele strooiïng bedraagt $\dfrac{{}^2/_3 - (0{,}73)^2}{{}^2/_3} = 0{,}22$.

Uit deze berekeningen zien we, dat de grootste strooiïng bij 1 invallende straal ligt, terwijl bij meerdere stralen de strooiïng asymptotisch tot 21,5 % nadert.

In de nevenstaande kromme, fig. 4, bedraagt de procentueele strooiïng 21,6 %. Den middag, waarop de fadingkromme was opgenomen, vertoonde de fading voor W. N. D. steeds hetzelfde karakter. Meerdere opnamen leverden dezelfde strooiïng, zoodat we toen waarschijnlijk met een dergelijke „scattering" te doen hadden.

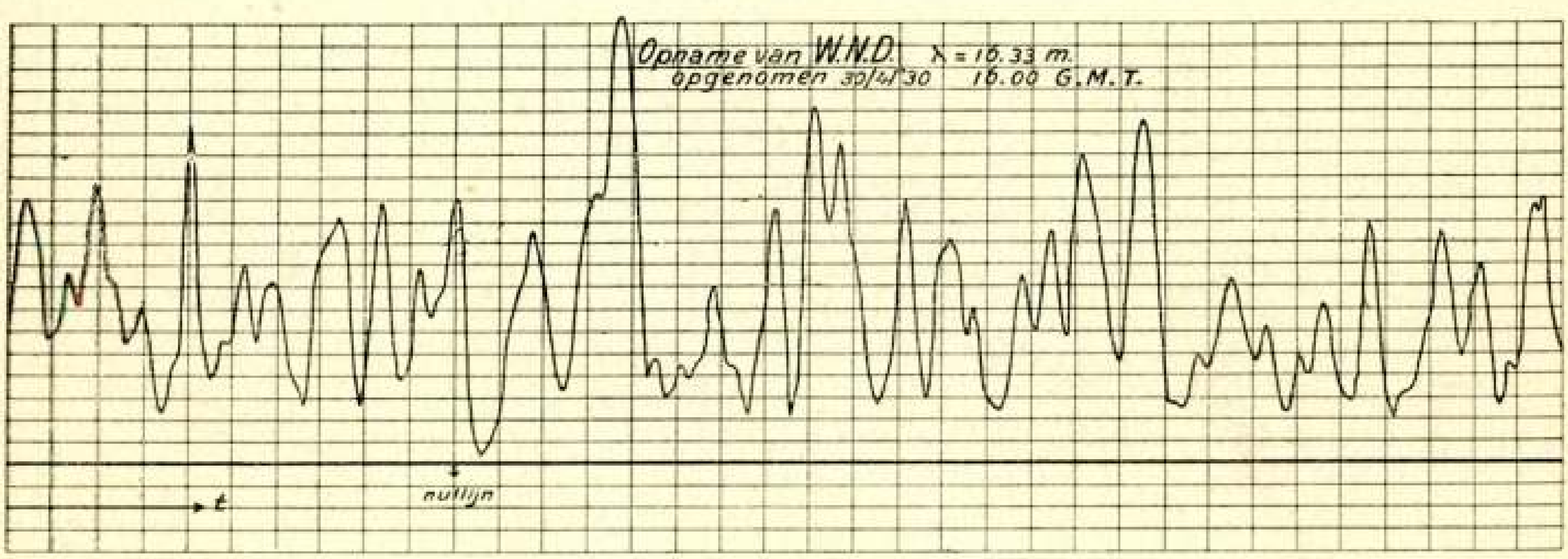
Uit deze berekeningen zien we, dat, wanneer we te doen hebben met de interferentie van 2 bundels van gelijke intensiteit, de strooiïng vermindert tot 22 %. Om nu het hooge fading-

percentage te verklaren zouden we moeten aannemen dan met slechts één bundel invallende stralen te doen te hebben of althans, indien meerdere aanwezig mochten zijn, één bundel verre in intensiteit de anderen overtreft. Hebben we meerdere bundels



Figuur 4.

van vergelijkbare intensiteit („scattering"), dan blijft altijd een strooiïng van 21,5 % bestaan. Omgekeerd kunnen we zeggen, dat volgens deze berekening spoedig aan de scatteringcondities voldaan is.



Figuur 5.

III. *Phasevariatie op meer dan één antenne.*

1) Het is de moeite waard na te gaan, hoe de vermindering der fading wordt bij gebruik van meerdere antennes en de procentueele strooiïng te berekenen als functie van het aantal antennes.

De verdeelingswet, die we gevonden hadden voor twee invallende stralen met constante amplitude 1 op één antenne luidde:

$$\frac{1}{\pi} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}}$$

Wanneer we nu overgaan tot twee antennes, waarvan de E. M. K.'s onderling statistisch onafhankelijk zijn, dan is de waarschijnlijkheid, dat r (van de eene antenne) ligt tusschen r en $r + dr$ en r^1 (van de andere antenne) tusschen r^1 en $r^1 + dr^1$

$$\frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}} \cdot \frac{dr^1}{\sqrt{1 - \frac{(r^1)^2}{4}}}$$

De gemiddelde kwadraatamplitude van $(r + r^1)$ is

$$4 \cdot \frac{1}{4\pi^2} \int_0^2 \int_0^2 \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}} \cdot \frac{dr^1}{\sqrt{1 - \frac{(r^1)^2}{4}}} \cdot (r + r^1)^2 = 4\left(1 + \frac{8}{\pi^2}\right)$$

De gemiddelde amplitude in het kwadraat is

$$\left\{4 \cdot \frac{1}{4\pi^2} \int_0^2 \int_0^2 \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}} \cdot \frac{dr^1}{\sqrt{1 - \frac{(r^1)^2}{4}}} (r + r^1)\right\}^2 = 4 \cdot \frac{16}{\pi^2}$$

zoodat de procentueele strooiïng ons geeft

$$\frac{4\left(1 + \frac{8}{\pi^2}\right) - 4 \cdot \frac{16}{\pi^2}}{4\left(1 + \frac{8}{\pi^2}\right)} = 0{,}105$$

2) Verder bezien we n antennes met onderling statistisch onafhankelijke E. M. K's. De waarschijnlijkheid, dat r_1 ligt tusschen r_1 en $r_1 + dr_1$, r_2 tusschen r_2 en $r_2 + dr_2$ enz. r_n tusschen r_n en $r_n + dr_n$, is

$$2^n \cdot \frac{1}{(2\pi)^n} \cdot \frac{dr_1}{\sqrt{1 - \frac{r_1^2}{4}}} \cdot \frac{dr_2}{\sqrt{1 - \frac{r_2^2}{4}}} \cdot \;\cdots\cdots\; \frac{dr_n}{\sqrt{1 - \frac{r_n^2}{4}}} =$$

$$= \left(\frac{2}{\pi}\right)^n \cdot \frac{dz_1}{\sqrt{1 - z_1^2}} \cdot \frac{dz_2}{\sqrt{1 - z_2^2}} \cdot \;\cdots\cdots\; \frac{d\,z_n}{\sqrt{1 - z_n^2}} \cdot$$

De gemiddelde kwadraatwaarde van $(z_1 + z_2 + \cdots z_n)$ vinden we door inductie:

$$\overline{r_n^2} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^n {}^n\!\!\int_0^1 \frac{d z_1}{\sqrt{1 - z_1^2}} \cdot \frac{d z_2}{\sqrt{1 - z_2^2}} \cdot \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots \frac{d z_n}{\sqrt{1 - z_n^2}} \cdot (z_1 + z_2 + \cdots + z_n)^2 = \frac{n}{2}\left\{1 + (n - 1)\frac{8}{\pi^2}\right\}.$$

Gemakkelijk kan $\overline{r_n^2}$ ook worden berekend door de substitutie $z_1 = \sin \Theta_1$, $z_2 = \sin \Theta_2$ enz.

De gemiddelde waarde in het kwadraat levert op:

$$\left[\left(\frac{2}{\pi}\right)^n {}^n\!\!\int_0^1 \frac{d z_1}{\sqrt{1 - z_1^2}} \cdot \frac{d z_2}{\sqrt{1 - z_2^2}} \ldots\ldots \frac{d z_n}{\sqrt{1 - z_n^2}} (z_1 + z_2 + \cdots z_n)\right]^2 = \left(\frac{2n}{\pi}\right)^2.$$

De procentueele strooiing wordt nu

$$\frac{\overline{r_n^2} = \overline{r_n}^2}{\overline{r_n^2}} = \frac{\frac{n}{2}\left\{1 + (n - 1)\frac{8}{\pi^2}\right\} - \left(\frac{2n}{\pi}\right)^2}{\frac{n}{2}\left\{1 + (n - 1)\frac{8}{\pi^2}\right\}} = \frac{1 - \frac{8}{\pi^2}}{1 + (n - 1)\frac{8}{\pi^2}} = \frac{1}{1 + 4{,}28\, n}.$$

3) Het geval van twee statistisch onafhankelijke antennes en m invallende stralen van dezelfde amplitude wordt als volgt. De waarschijnlijkheid, dat r_1 (van de eene antenne) ligt tusschen r_1 en $r_1 + dr_1$ en r_2 (van de tweede antenne) ligt tusschen r_2 en $r_2 + dr$

$$\text{is } \frac{4}{m^2} r_1 e^{-\frac{r_1^2}{m}} dr_1 \,.\, r_2 e^{-\frac{r_2^2}{m}} dr_2$$

De gemiddelde kwadraatwaarde van $(r_1 + r_2)$ is

$$\frac{4}{m^2}\int_0^\infty\!\!\int_0^\infty r_1 e^{-\frac{r_1^2}{m}} dr_1 \,.\, r_2 e^{-\frac{r_2^2}{m}} dr_2 \,(r_1 + r_2)^2 = m\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

De gemiddelde amplitude in het kwadraat wordt:

$$\overline{r_1 + r_2}^2 = \left\{\frac{4}{m^2}\int_0^\infty\!\!\int_0^\infty r_1 e^{-\frac{r_1^2}{m}} dr_1 \,.\, r_2 e^{-\frac{r_2^2}{m}} dr_2 \,(r_1 + r_2)\right\}^2 = m\pi.$$

zoodat we hiermede een procentueele strooiing krijgen van 0,120.

4) Nu nemen we het probleem algemeen met n antennes en m invallende stralen ($m >> 1$) Dan wordt $\overline{r_n^2}$ door inductie gevonden:

$$\left(\frac{2}{m}\right)^n n\int_0^\infty r_1 e^{-\frac{r_1^2}{m}} dr_1 \,.\, r_2 e^{-\frac{r_2^2}{m}} dr_2 \,.\, \ldots\ldots r^n e^{-\frac{r_n^2}{m}} dr_n \,(r_1 + r_2 + \cdots r_n)^2 =$$

$$= n\, m \left\{1 + (n-1)\frac{\pi}{4}\right\}$$

Evenzoo berekend levert $\overline{r_n}^2$:

$$\left\{\left(\frac{2}{m}\right)^n n\int_0^\infty r_1 e^{-\frac{r_1^2}{m}} dr_1 \cdot r_2 e^{-\frac{r_2^2}{m}} dr_2 \cdot \ldots\ldots r_n e^{-\frac{r_n^2}{m}} dr_n \,(r_1 + r_2 + \cdots r_n)\right\}^2 =$$

$$= m^2 \frac{\pi}{4} n \,.$$

De procentueele strooiïng is nu:

$$\frac{n\, m\left\{1 + (n-1)\frac{\pi}{4}\right\} - m^2 \frac{n\,\pi}{4}}{n\, m\left\{1 + (n-1)\frac{\pi}{4}\right\}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{1 + (n-1)\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1 + 3{,}66\, n}.$$

Hieruit trekken we de conclusie, dat bij een groot aantal antennes waarvan de E. M. K.'s onderling statistisch onafhankelijk zijn, de snelle fading door phasevariatie alléén omgekeerd evenredig is met het aantal antennes.

IV. *Phase- met amplitudevariatie op meer dan één antenne.*

Beschouwen we nog eens het geval van phase- met amplitudevariatie (II, 1), dan zien we, dat voor m stralen ($m >> 1$) de gemiddelde kwadraatwaarde is opgebouwd uit $\int_0^1 E_1^2\, d\, E_1$, vermenigvuldigd met de gemiddelde kwadraatwaarde voor de phasevariatie alleen. Evenzoo is het met de gemiddelde waarde gesteld n.l.: $\int_0^1 E_1\, d\, E_1$ vermenigvuldigd met de gemiddelde waarde

voor phasevariatie. Dan is de gemiddelde kwadraatwaarde voor twee statistisch onafhankelijke antennes

$$\overline{r_2^2} = \int_0^1\int_0^1 (E_1 + E_2)^2 . dE_1 . dE_2 . \int_0^\infty\int_0^\infty \left(\frac{2}{m}\right)^2 e^{-\frac{z_1^2}{m}} z_1 \, dz_1 . e^{-\frac{z_2^2}{m}} z_2 \, dz_2 \, (z_1 + z_2)^2 =$$

$$= \frac{7}{6} n \left(2 + \frac{\pi}{4}\right)$$

Eveneens zoo berekend levert de gemiddelde amplitude:

$$\overline{r_2} = \int_0^1\int_0^1 (E_1 + E_2) \, dE_1 . dE_2 \int_0^\infty\int_0^\infty \left(\frac{2}{m}\right)^2 e^{-\frac{z_1^2}{m}} z_1 \, dz_1 .$$

$$. e^{-\frac{z_2^2}{m}} z_2 \, dz_2 \, (z_1 + z_2) = \sqrt{m\pi} .$$

Aldus is de procentueele strooiing 0,246.

Het algemeene geval voor n antennes is nu eenvoudig op te zetten:

De gemiddelde kwadraatwaarde wordt:

$$\overline{r_n^2} = n\int_0^1 (E_1 + E_2 + \cdots + E_n)^2 \, dE_1 . dE_2 \cdots dE_n \; n\int_0^\infty \left(\frac{2}{m}\right)^n e^{-\frac{z_1^2}{m}} z_1 \, dz_1 .$$

$$. e^{-\frac{z_2^2}{m}} z_2 \, dz_2 \ldots \times e^{-\frac{z_n^2}{m}} z_n \, dz_n \, (z_1 + z_2 + \cdots + z_n)^2 =$$

$$= \left\{\frac{n}{3} + \frac{n(n-1)}{4}\right\} n m \left\{1 + (n-1)\frac{\pi}{4}\right\}$$

en de gemiddelde amplitude levert:

$$\overline{r_n} = n\int_0^1 (E_1 + E_2 + \cdots + E_n) \, dE_1 . dE_2 \ldots . dE_n \; n\int_0^\infty \left(\frac{2}{m}\right)^n e^{-\frac{z_1^2}{m}} z_1 \, dz_1 .$$

$$. e^{-\frac{z_2^2}{m}} z_2 \, dz_2 \ldots . \times e^{-\frac{z_n^2}{m}} z_n \, dz_n (z_1 + z_2 + \cdots + z_n) = \frac{n}{2} n . \frac{1}{2} \sqrt{m\pi}$$

Nu wordt de procentueele strooiing:

$$\frac{\left\{\frac{n}{3}+\frac{n(n-1)}{4}\right\} n\,m \left\{1+(n-1)\frac{\pi}{4}\right\} - \left(\frac{n}{2}\right)^2 n^2 \frac{m\,\pi}{4}}{\left\{\frac{n}{3}+\frac{n(n-1)}{4}\right\} n\,m \left\{1+(n-1)\frac{\pi}{4}\right\}} =$$

$$= \frac{3+20\,n}{3+20\,n+33\,n^2}\,.$$

Het resultaat van hoofdstuk III en IV kan in een tabelletje vereenigd worden.

	Procentueele strooiïng van phasevariatie voor 2 gelijke stralen.	Procentueele strooiïng van phasevariatie voor m gelijke stralen.	Procentueele strooiïng van phase- met amplitudevariatie voor m stralen.
1 antenne	0,191	0,215	0,410
2 antennes	0,105	0,120	0,246
3 antennes	0,0725	0,082	0,175
4 antennes	0,0556	0,064	0,136
n antennes	$\frac{1}{1+4{,}28\,n}$	$\frac{1}{1+3{,}66\,n}$	$\frac{3+20\,n}{3+20\,n+33\,n^2}$

Uit deze tabel ziet men, dat de fading bij een stelsel onafhankelijke antennes sterk vermindert.

Natuurkundig Laboratorium der
N. V. PHILIPS' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, April 1930.

OVER REFLECTIE VAN ELECTROMAGNETISCHE GOLVEN

door

G. J. ELIAS

Notaties

ε diëlectrische constante.
μ permeabiliteit.
g geleidingsvermogen.
k exponentiëele constante, die de veranderlijkheid van ε en g aangeeft.
η grootheid, optredende in de uitdrukking voor ε.
ω hoekfrequentie.
c lichtsnelheid in het vacuüm.
w veranderlijke, die van de hoogte afhangt.
β phasehoek in de uitdrukking voor w.
φ hoek van de richting van voortplanting met de z-as.
λ golflengte in het vacuüm.
z hoogtecoördinaat vanaf het punt, waar $g = \frac{\omega}{4\pi}$.
h hoogte boven het oppervlak der aarde.
h_0 waarde van h voor $z = 0$.
h_1 hoogte, waar de reflectie feitelijk plaats vindt.
z_1 waarde van z voor $h = h_1$.
x, y coördinaten, evenwijdig aan de geïoniseerde laag.
n aantal moleculen per eenheid van volume.
n_0 aantal moleculen per eenheid van volume voor $h = 0$.
n_1 aantal ionen resp. electronen per eenheid van volume.
c_1, c_2 constanten in de uitdrukking voor n_1 in stikstofgas.
c_1', c_2' constanten in de uitdrukking voor n_1 in waterstofgas.
q absolute waarde van de lading van een electron.
l vrije weglengte der electronen.

l_o waarde van l voor $h = o$.
v_o snelheid der electronen bij de warmtebeweging.
m massa van een electron.
a_I constante, die de verandering in dichtheid met de hoogte van stikstofgas aangeeft.
a_I^I constante, die de verandering in dichtheid met de hoogte van waterstofgas aangeeft.
n_{Io} constante in de exponentiëele uitdrukking voor n_I.
σ constante, die den tijdsduur van een sein bepaalt.
t tijd.
t_i tijdstip van maximale amplitudo van een invallend sein.
t_r tijdstip van maximale amplitudo van een gereflecteerd sein.
e basis der natuurlijke logarithmen.
i imaginaire eenheid.
log gewone logarithme.
ln natuurlijke logarithme.
$H^{(I)}$ functie van Hankel van de 1e soort.

$p = \frac{2\omega}{c k}$.

$a = i p \cos \varphi$.

$\tau = \frac{2\pi}{\lambda_o}(c t - z \cos \varphi - y \sin \varphi)$.

b, a^I, b^I constanten, die voorkomen bij de bepaling van den „reflectietijd" van een sein.

Voorzoover niet speciaal vermeld, is gebruik gemaakt van het gemengde stelsel van $c.g.s.$-eenheden.

1. In eene vorige publicatie [1]) heb ik laten zien, dat, indien geleidingsvermogen en diëlectrische constante van eene reflecteerende laag voldoen aan de vergelijkingen

$$g = \frac{\omega}{4\pi} e^{kz} \quad , \quad \varepsilon = 1 - \eta e^{kz} \quad , \quad \mu = 1 \quad , \tag{1}$$

de electrische resp. magnetische veldsterkte onder bepaalde omstandigheden gelijkgesteld kan worden aan

$$H_\alpha^{(1)}(w) \, . \, e^{\frac{i\omega}{c} y \sin\varphi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2),$$

waarin

$$w = p \, . \, \sqrt[4]{1+\eta^2} \, . \, e^{\frac{kz}{2}} \, . \, e^{\frac{i}{2}(\pi+\beta)} \; ,$$

$$\alpha = i p \cos\varphi \quad , \quad p = \frac{2\omega}{ck} \; , \; tg\,\beta = \frac{1}{\eta} \quad . \; . \; . \; . \; (3),$$

terwijl $H_\alpha^{(1)}$ de functie van Hankel van de eerste soort voorstelt. De uitdrukking (2) zal gelden, indien òf de electrische veldsterkte evenwijdig is aan de laag, òf de grootheid p eene groote waarde heeft. Aangezien $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, is aan de laatste voorwaarde voldaan, wanneer de verandering van de functie e^{kz} per golflengte verkregen wordt door vermenigvuldiging met e of minder, d. w. z. wanneer $k\lambda \leq 1$. Zooals uit het navolgende blijkt, is zulks voor eene golflengte van 1 K.M. of kleiner inderdaad het geval. Intusschen zullen we aannemen, dat òf de eene òf de andere voorwaarde voor de geldigheid van (2) vervuld is.

---

[1]) Tijdschr. v. h. Nederl. Radiogenootsch. 4 p. 79, 1930; Elektr. Nachr. Techn. 1930 (verschijnt binnenkort).

Door in de uitdrukking (2) de functie van Hankel te benaderen voor willekeurig kleine waarden van $|w|$ worden amplitude en phase van de gereflecteerde golf verkregen. Deze zijn dan besloten in den factor

$$-e^{-p\pi\cos\varphi} \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^{2a} \cdot \frac{\Gamma(1-a)}{\Gamma(1+a)}, \quad \ldots \quad (4)$$

waarmede de onder een hoek φ invallende golf moet worden vermenigvuldigd om de gereflecteerde golf te verkrijgen.

Is $|a| >> 1$, dan kunnen we voor de Γ-functies de benaderde formule van Stirling invoeren en verkrijgen uit (4)

$$i \cdot e^{-p\beta\cos\varphi} \cdot \frac{e^{\frac{2i\omega}{c} z\cos\varphi} \cdot e^{2ip\cos\varphi}}{(2^2 \sin\beta\cos^2\varphi)^{ip\cos\varphi}} \quad \ldots \quad (4a)$$

Is daarentegen $|a| << 1$ en tevens $\eta << 1$, dan wordt de factor (4) tennaastenbij

$$-e^{-\frac{\pi}{2}p\cos\varphi} \cdot \left(\frac{p}{2}\right)^{2ip\cos\varphi} \cdot e^{\frac{2i\omega}{c} z\cos\varphi} \quad \ldots \quad (4b)$$

Andererzijds heb ik voor geruimen tijd beschouwingen gepubliceerd [1]) over de ionisatie van de hoogere atmosfeer. Daarbij heb ik voor het aantal ionen resp. electronen per eenheid van volume de uitdrukking afgeleid

$$n_1 = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h}} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

die tennaastenbij zou gelden in de onderstelling, dat de ionisatie tot stand kwam door het ultraviolette licht van de zon, dat ondersteld werd verticaal in te vallen, terwijl aangenomen werd, dat de hoogere atmosfeer uitsluitend uit stikstofgas zou bestaan. Voor het aantal moleculen per eenheid van volume werd daarbij aangenomen

$$n = n_0 \cdot e^{-a_1 h}, \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Voor de grootheid a_1 werd destijds de waarde 1.5×10^{-6} aangenomen, die verkregen was op grond van de aanname van

[1]) Tijdschr. v. h. Nederl. Radiogenootsch. **2** p. 1, 1923; **3** p. 1, 1926; Elektr. Nachr. Techn. **2** p. 351, 1925; Zeitschr. f. Hochfrequentztechn. **27** p. 66, 1926.

Wegener [1]), dat de temperatuur van de hoogere atmosfeer 220° absoluut zou bedragen. In hetgeen volgt is met dezelfde waarde van a_1 gerekend [2]). De constanten c_1 en c_2 heb ik indertijd op grond van experimenteele gegevens zooveel mogelijk geschat. Vermoedelijk was de schatting van den absorptie-coëfficiënt van het ultraviolette licht te laag, reden, waarom ik dien coëfficiënt thans tien maal zoo groot heb aangenomen. Het gevolg hiervan is, zooals ik reeds vroeger heb uiteengezet, dat de geïoniseerde laag in haar geheel omstreeks 15 K.M. naar boven wordt verplaatst. Voorts was de schatting van de maximale ionenconcentratie in mijne vroegere publicaties waarschijnlijk te hoog. In verband met een en ander heb ik thans aangenomen $c_1 = 10^6$, $c_2 = 2.3 \times 10^5$.

Van deze publicatie is de bedoeling de vroeger uiteengezette resultaten omtrent de electrische eigenschappen van de hoogere atmosfeer, die het gevolg zijn van den ionisatietoestand, die door het ultraviolette licht van de zon veroorzaakt wordt, in verband te brengen met de in (1) uitgedrukte onderstellingen en daaruit conclusies te trekken omtrent de reflectie, en verder omtrent amplitudo en phase van de gereflecteerde verstoring als functie van de golflengte.

2*a*. In de geïoniseerde laag gelden voor geleidingsvermogen en diëlectrische constante de uitdrukkingen

$$g = \frac{n_1 q^2 v_0 l}{m(\omega^2 l^2 + v_0^2)} \quad , \quad \varepsilon = 1 - \frac{4\pi n_1 q^2 l^2}{m(\omega^2 l^2 + v_0^2)} \text{ [3])} \quad . \quad . \quad (7)$$

Aangezien uit (1) volgt $\frac{1-\varepsilon}{g} = \frac{4\pi\eta}{\omega}$, zoo verkrijgen we met behulp van (7) en (2)

---

[1]) Physik. Zeitschr. **12** p. 170, 1911.

[2]) Latere onderzoekers hebben de meening geopperd, dat deze temperatuur aanzienlijk hooger zou kunnen zijn. Indien zulks het geval is, wordt de grootheid a_1 in dezelfde mate kleiner, waarvan het gevolg zou zijn, dat de geïoniseerde laag hooger zou zijn gelegen. Evenwel zouden dan, daar de gemiddelde weglengte voor gelijke ionendichtheid betrekkelijk niet zoo heel veel zou verschillen van hetgeen thans is aangenomen, de resultaten qualitatief onveranderd blijven, doch quantitatief eene kleine wijziging ondergaan.

[3]) Op grond van eene correspondentie met Prof. Dr. H. Benndorf te Graz is bij de berekening dezer grootheden eene eenigszins andere uitdrukking voor de gemiddelde vrije weglengte ingevoerd, tengevolge waarvan de formules (7) voor g en ε eenigszins afwijken van de vroeger door mij gegevene.

$$\eta = \frac{\omega l}{v_o},\ tg\,\beta = \frac{v_o}{\omega l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

De weglengte l verandert met de hoogte h volgens de vergelijking

$$l = l_o\, e^{a_1 h}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

zoodat η en β niet constant blijken te zijn als functie van h, resp. z. Voor de verdere berekeningen is n_1 ontleend aan (5), waarbij voor c_1, c_2 en a_1 de aangegeven waarden zijn gebezigd. Voorts is gesteld $v_o = 10^7$, overeenkomende met eene temperatuur van 220° absoluut, terwijl voor l_o de experimenteel door Wahlin [1]) gevonden waarde 1.4×10^{-4} is ingevoerd. Is de absolute temperatuur hooger dan Wegener aanneemt (zie noot [2]) op bladz. 23), dan verandert de grootheid v_o slechts betrekkelijk weinig, daar v_o evenredig is met de wortel uit de absolute temperatuur. Bij graphische voorstelling van de alsdan verkregen grootheden verkrijgen wij figuren, die zeer veel gelijken op de vroeger gepubliceerde [2]), doch eenigszins afwijken tengevolge van de thans gebezigde andere waarden der constanten.

Het verloop, zoowel van $\log g$ als van $\log(1-\varepsilon)$ blijkt nu, evenals vroeger, geenszins eene rechte lijn te zijn, zooals met de onderstelling (1) zou overeenkomen. Wel zullen we echter voor een betrekkelijk klein hoogte-interval $\log g$ resp. $\log(1-\varepsilon)$ als eene lineaire functie van h mogen aannemen, de grootheid k zal dan gegeven zijn door de richting van de raaklijn aan de kromme, die $\log g$ weergeeft. Waar nu, zooals nader zal worden toegelicht, de reflectie feitelijk plaats vindt binnen eene betrekkelijk dunne laag, zoo zullen we voor dit voor de reflectie meest werkzame deel van de geïoniseerde hoogere atmosfeer tennaastenbij die waarde van k mogen aannemen, die de richting van de raaklijn voor de betreffende hoogte aangeeft. Eveneens zal in de uitdrukking (8) voor η die waarde van l kunnen worden ingevoerd, die aan deze hoogte beantwoordt.

In de formules (7) voor g en ε zijn de grootheden n_1 en l van h afhankelijk, resp. volgens de uitdrukkingen (5) en (9).

Voor korte golven ($\omega l >> v_o$) kunnen we stellen

$$g = \frac{q^2 v_o n_1}{m\, \omega^2\, l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

[1]) Phys. Rev. **23** p. 169, 1924; zie ook Bröse en Saayman Ann. d. Phys. **5** p. 797, 1930.

[2]) Tijdschr. v. h. Nederl. Radiogenootsch. **3** p. 7 v.v. 1926.

terwijl voor lange golven zal gelden ($\omega l << v_o$)

$$g = \frac{q^2 n_1 l}{m v_o} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Willen we nu de uitdrukkingen (10) resp. (11) met (1) identificeeren, dan moeten we voor eene willekeurige hoogte h stellen

$$c_\omega + k z = \pm a_1 h - c_2 e^{-a_1 h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12),$$

waarin c_ω eene bij de betreffende frequentie behoorende constante is, terwijl het teeken + voor lange golven, – voor korte golven geldt. Immers bij identificeering van (10) resp. (11), waarin voor l en n_1 de uitdrukkingen (5) en (9) zijn gesubstitueerd, met (1) verkrijgen we voor lange golven

$$\frac{\omega}{4\pi} e^{kz} = \frac{q^2 l_o c_1}{m v_o} \cdot e^{a_1 h - c_2 e^{-a_1 h}},$$

waaraan kan worden voldaan onder invoering van de zooeven bedoelde c_ω door te stellen

$$\frac{\omega}{4\pi} e^{-c_\omega} = \frac{q^2 l_o c_1}{m v_o}, \quad c_\omega + k z = a_1 h - c_2 e^{-a_1 h}.$$

Eveneens verkrijgen we bij identificeering van (10) met (1)

$$\frac{\omega}{4\pi} e^{-c_\omega} = \frac{q^2 v_o c_1}{m \omega^2 l_o}, \quad c_\omega + k z = -a_1 h - c_2 e^{-a_1 h},$$

geldig voor korte golven.

Hierbij dient opgemerkt te worden, dat, terwijl $h = o$ overeenkomt met de oppervlakte der aarde, voor het punt $z = o$ uit (1) volgt $g = \frac{\omega}{4\pi}$, dus een punt van de geïoniseerde laag.

Waar (12) geldt voor eene bepaalde waarde van h, is voor een naburig punt

$$c_\omega + k z' = \pm a_1 h' - c_2 e^{-a_1 h'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Door het verschil van (12) en (13) te deelen door $z - z' = h - h'$ verkrijgen we

$$k = \pm a_1 - c_2 \frac{e^{-a_1 h} - e^{-a_1 h'}}{h - h'},$$

hetgeen voor $h = h'$ geeft

$$k = \pm a_1 + a_1 c_2^{-a_1 h}, \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

dus de waarde van k, die bij eene bepaalde hoogte van de voor de reflectie het meest werkzame laag behoort.

Wanneer we nu in de omgeving van eene zekere hoogte h het geleidingsvermogen evenredig stellen met e^{kh}, dan moeten we op grond van (10) voor korte golven schrijven

$$n_1 = n_{10} e^{(k + a_1) h}, \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

terwijl voor lange golven op grond van (11) geschreven zal moeten worden

$$n_1 = n_{10} e^{(k - a_1) h} \quad \ldots \ldots \quad (16).$$

Hierbij is k gegeven door (14). De „constante" n_{10} zal eene functie zijn van h, die alleen constant mag worden beschouwd binnen de betrekkelijk dunne laag, die voor de reflectie het meest werkzaam is. Met behulp van (5) kan n_{10} voor elke waarde van h worden bepaald.

b. De reflectie heeft in hoofdzaak plaats daar, waar $|H_a^{(1)}(w)|$ snel met de hoogte afneemt. Indien $\frac{\omega l}{v_0} >> 1$, (korte golven), is β klein. Ook zal dan p, zooals we verder zullen zien, en daarmede $|a|$ eene groote waarde hebben. Uit de benaderingen van $H_a^{(1)}(w)$ voor groote waarden van argument en index [1]) kan dan worden afgeleid, dat in de nabijheid van het punt $|w| = |a|$ de absolute waarde $|H_a^{(1)}(w)|$ zeer snel afneemt, wanneer $|w|$ toeneemt, terwijl voor kleinere waarden van $|w|$ deze grootheid betrekkelijk zeer langzaam verandert. Zoo wordt, wanneer $|w|$ toeneemt van $|a|$ tot $2|a|$, de modulus $|H_a^{(1)}(w)|$ nagenoeg met $e^{-|a|}$ vermenigvuldigd. Het hiermede overeenkomende verschil in hoogte bedraagt ongeveer 2 K.M., indien $k = 0.75 \times 10^{-5}$ (voor eene hoogte van 70 K.M.) wordt gesteld.

Derhalve heeft, wanneer $\frac{\omega l}{v_0} >> 1$, de reflectie feitelijk plaats op de hoogte, waar $|w| = |a|$. Dan is tennaastenbij, aangezien $\eta >> 1$ — zie (3) en (8) — $|w| = p \cdot \sqrt{\eta} \cdot e^{\frac{kz}{2}}$, terwijl $|a| = |p \cos\varphi$, zoodat voor de hoogte van reflectie geldt

[1]) Zie G. N. Watson, A Treatise on the theory of Bessel functions, 1922, chap. VIII p. 262 v.v.

$$\eta e^{k z_1} = \cos^2 \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Is de richting van voortplanting verticaal, dan is ter hoogte van de reflecteerende laag dus $\varepsilon = 0$ volgens (1).

Voor het geval $\frac{\omega l}{v_0} << 1$ andererzijds zijn p en $|a|$, zooals blijken zal, eveneens klein en is $\beta = \frac{\pi}{2}$ te stellen. Voor $H_a^{(1)}(w)$ kan dan de bekende asymptotische ontwikkeling [1]) worden gebezigd. Het blijkt, dat in dat geval $|H_a^{(1)}(w)|$ in de nabijheid van $|w| = 1$ snel gaat afnemen, echter is de afneming wegens de kleine waarde van p veel langzamer dan in het vorige geval. In verband met de waarde $\frac{\pi}{2}$ voor β vinden we nu, dat voor het punt $|w| = 1$ tennaastenbij geldt

$$e^{k z_1} = \frac{1}{p^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

c. Bij de bepaling van de hoogte van de reflecteerende laag voor het geval, dat $\frac{\omega l}{v_0} >> 1$ zullen we nu bij wijze van benadering de reeds boven (zie bldz. 24 v.v.) besproken onderstelling invoeren, dat het geleidingsvermogen voor de reflecteerende laag exponentiëel verandert met de hoogte, waarbij voor de ionendichtheid de formule (15) geldt, terwijl voor k die waarde wordt genomen, die geldt voor de hoogte, waarbij $|w| = |a|$. Op grond van het boven opgemerkte, dat de laag in de omgeving van dit punt voor de reflectie het meest werkzaam is, lijkt deze benadering wel toelaatbaar.

Noemen we de hoogte, waarvoor $|w| = |a|$, h_1. Aangezien de ionendichtheid wordt gegeven door (15), geeft (10)

$$g = \frac{q^2 v_0 n_{10}}{m \omega^2 l_0} e^{k h}.$$

Voor $z = 0$ is $g = \frac{\omega}{4\pi}$, zoodat voor de hiermede overeenkomende hoogte h_0 geldt

$$\frac{4\pi q^2 v_0 n_{10}}{m \omega^3 l_0} e^{k h_0} = 1,$$

---

[1]) Zie G. N. Watson loc. cit. chap. VII p. 196 v.v.

hetgeen oplevert

$$h_o = \frac{1}{k} \ln \frac{m w^3 l_o}{4 \pi q^2 v_o n_{1o}} \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

Voorts is voor het punt $|w| = |\alpha|$

$$\eta = \frac{\omega l_o}{v_o} e^{a_1 h_1} \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

terwijl voor dit punt vergelijking (17) geldt. Uit (17), (19) en (20) verkrijgen we ten slotte

$$h_1 = h_o + z_1 = \frac{1}{k + a_1} \ln \frac{m \omega^2 \cos^2 \varphi}{4 \pi q^2 n_{1o}} \quad \ldots \quad (21)$$

Voorts is op grond van (5) en (15)

$$n_{1o} e^{(k + a_1) h_1} = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h_1}} \quad \ldots \quad (22)$$

terwijl k op grond van (14) gegeven is door

$$k = -a_1 + a_1 c_2 e^{-a_1 h_1} \quad \ldots \ldots \quad (23)$$

Door eliminatie van $k + a_1$ uit (21) en (22) komt er

$$\frac{m \omega^2 \cos^2 \varphi}{4 \pi q^2} = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h_1}} \quad \ldots \ldots \quad (24)$$

waaruit voor eene bepaalde hoogte h_1 de waarde van $\omega \cos \varphi$, die aldaar gereflecteerd wordt, kan worden afgeleid. Aldus verkrijgen we de in onderstaand tabelletje aangegeven waarden

h_1 (in K.M.)	$\omega \cos \varphi$
70	2.6×10^6
75	1.3×10^7
80	2.8×10^7

De grootst mogelijke waarde van $\omega \cos \varphi$, overeenkomende met de maximale waarde c_1 van de ionendichtheid, zou zijn omstreeks 5.5×10^7. Voor grootere waarden van $\omega \cos \varphi$ zou geen noemenswaardige reflectie meer plaats vinden, doch zouden de golven door de laag heen zich naar buiten voortplanten resp. bij voldoende dikte van de laag geabsorbeerd worden. Nu zullen we bij voortplanting over groote afstanden kunnen rekenen met eene waarde

voor $\cos\varphi$ van omstreeks 0.2 (zie verderop), zoodat de grensfrequentie bij de reflectie zou zijn ongeveer $\omega = 2.8 \times 10^8$.

Op dezelfde wijze kunnen we voor lange golven $\left(\frac{\omega l}{v_o} << 1\right)$ de hoogte, waar feitelijk reflectie plaats grijpt, vinden. Uit de voorwaarde $g = \frac{\omega}{4\pi}$ voor het punt $z = 0$ verkrijgen we, onder gebruikmaking van (11) en (16)

$$\frac{4\pi q^2 l_o n_{10}}{m v_o \omega} e^{k h_0} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad . \quad . \quad (25)$$

terwijl voor de waarde van z_1 van de reflecteerende laag tennaastenbij vergelijking (18) geldt. Uit (25) en (18) verkrijgen we

$$h_1 = h_o + z_1 = \frac{1}{k} l n \frac{m v_o c^2 k^2}{16\pi \omega q^2 l_o n_{10}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Voorts geldt wegens (5) en (16)

$$n_{10} e^{(k - a_1) h_1} = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h_1}} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

terwijl uit (14) volgt

$$k = a_1 + a_1 c_2 e^{-a_1 h_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Uit (26), (27) en (28) kan de hoogte van de reflecteerende laag gevonden worden voor het geval $\frac{\omega l}{v_o} << 1$. Voor deze hoogte wordt omstreeks 65 K.M. gevonden, en wel is de hoogte des te grooter. naarmate de frequentie kleiner is. Bij de korte golven daarentegen $\left(\frac{\omega l}{v_o} >> 1\right)$ heeft de reflectie op des te grootere hoogte plaats, naarmate de frequentie grooter is. Er moet derhalve eene zekere golflengte zijn, waarvoor de hoogte van reflectie een minimum is.

d. Nu is in het bovenstaande aangenomen, dat de hoogere atmosfeer alleen uit stikstof bestaat, terwijl het ultraviolette licht als ionisator werkt. De dichtheid der ionen bereikt dan op eene hoogte van 90 à 100 K.M. boven de aarde hare maximale waarde.

Er zijn echter twee factoren, die eene ionisatie op grootere hoogte kunnen veroorzaken. In de eerste plaats toch zijn be-

halve het ultraviolette licht de door de zon uitgezonden corpusculaire stralingen werkzaam, terwijl voorts de hoogere atmosfeer andere gassen, met name waterstofgas, zal bevatten.

Tengevolge van de corpusculaire stralingen zal, zooals ik vroeger heb uiteengezet, de atmosfeer op eene hoogte boven ongeveer 75 K.M. geïoniseerd worden. Nemen wij aan, dat deze ioniseerende invloed in voldoende mate werkzaam is, dan zal de ionisatie, waarvan boven sprake was, verder naar boven nog kunnen toenemen in plaats van eene maximale waarde te bereiken. Hoe ver naar boven deze toeneming zich kan voortzetten is eene vraag, die voorloopig niet kan worden beantwoord. Vermoedelijk echter zal deze toeneming van de ionisatie tengevolge van de corpusculaire stralen zich voor het geval, dat de atmosfeer uit stikstofgas bestaat, niet ver naar boven voortzetten, zoodat het maximum zou worden bereikt op eene hoogte van niet veel meer dan 100 K.M. boven de aarde.

Anders wordt de zaak intusschen, indien, zooals door Wegener wordt ondersteld, de hoogere atmosfeer boven omstreeks 75 K.M. bijna geheel uit waterstofgas van niet al te kleine dichtheid zou bestaan. In dat geval verkrijgen we voor de verandering van n_1 met de hoogte eene eenigszins andere vergelijking, analoog aan (5), waarbij echter boven omstreeks 75 K.M. de constanten c_1', c_2' en a_1' voor waterstof gelden. Aangezien a_1' voor waterstofgas 14 maal zoo klein is als a_1 (voor stikstofgas), zoo zal voor waterstofgas de grootheid k slechts zeer langzaam met de hoogte veranderen.

Een en ander zou tengevolge hebben, dat het maximum der ionisatie voor een mengsel van stikstofgas en waterstofgas, zooals Wegener zich dat voorstelt, op veel grootere hoogte zou liggen dan bij aanwezigheid van stikstofgas alleen, terwijl op eene hoogte van omstreeks 75 K.M. de ionisatie nog zeer gering zou zijn. Bezigen we de getallen van Wegener, dan blijkt, dat de maximale ionisatie eerst boven 500 K.M. bereikt zou worden, in de onderstelling, dat het gemiddelde absorptievermogen voor waterstofgas even groot is als voor stikstofgas (bij geringere absorptie zou het maximum lager liggen). Zulks geldt niet alleen voor de ionisatie door het ultraviolette licht, maar ook voor die tengevolge van de corpusculaire straling van de zon.

Op grond van (24) hangt de waarde van de golflengte, die nog gereflecteerd wordt, af van de maximale ionendichtheid. Het gedrag der ultrakorte golven, met name amplitudo en hoogte der reflectie als functie van de golflengte zal daarom ongetwijfeld

nadere gegevens verstrekken omtrent de samenstelling en de eigenschappen van de hoogere atmosfeer.

3. Uit vergelijking (4) volgt voor de gereflecteerde amplitudo de waarde $e^{-p\beta\cos\varphi}$, indien de invallende amplitudo gelijk is aan de eenheid.

Indien $\frac{\omega l}{v_0} << 1$, kunnen we op grond van (8) stellen $\beta = \frac{\pi}{2}$, zoodat de gereflecteerde amplitudo dan wordt in verband met (3)

$$e^{-\frac{\omega\pi}{ck}\cos\varphi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

Voor golven van 1 K.M. golflengte wordt, aannemende, dat deze op 65 K.M. hoogte worden gereflecteerd (zie boven), terwijl k volgt uit vergelijking (14), $p\beta = 10$. Voor stralen, die tangentiëel aan het aardoppervlak verloopen en op 65 K.M. hoogte gereflecteerd worden, zou $\cos\varphi = 0.15$ zijn, echter zullen we wel met eene eenigszins grootere waarde moeten rekenen, b.v. $\cos\varphi = 0.2$ ongeveer. In dat geval is dus $p\beta\cos\varphi = 2$ en heeft de gereflecteerde amplitudo nog eene aanmerkelijke waarde, die des te grooter zal zijn, naarmate ω afneemt, dus de golven langer zijn.

Is $\frac{\omega l}{v_0} >> 1$, dan kunnen we op grond van (8) stellen $\beta = \frac{v_0}{\omega l}$ en wordt de gereflecteerde amplitudo

$$e^{-\frac{2v_0}{ckl}\cos\varphi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

Schijnbaar is deze grootheid onafhankelijk van de frequentie ω. Echter moeten we in aanmerking nemen, dat de hoogte van de reflectie met de frequentie toeneemt, zoodat kl implicite van ω afhangt. Uit (9) en (14) volgt in de onderstelling, dat de hoogere atmosfeer alleen uit stikstofgas bestaat,

$$kl = a_1 l_0 \left(c_2 - e^{a_1 h}\right), \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

waaruit blijkt, dat het product kl met de hoogte zou afnemen, zoodat de gereflecteerde amplitudo (30) met toename van ω zou afnemen. Voor de op eene hoogte van 75 K.M. gereflecteerde golven ($\omega\cos\varphi = 1.3 \times 10^7$) zouden we dan verkrijgen ongeveer $p\beta = 21$, dus met $\cos\varphi = 0.2$ de waarde $p\beta\cos\varphi = 4.2$. Voor $\cos\varphi = 0.2$ zou $\omega = 0.65 \times 10^8$ (golflengte ongeveer 30 M.) zijn.

Voor grootere waarden van $\omega \cos \varphi$ zou bij de gemaakte onderstellingen wegens (24) en (31) de grootheid $p\beta$ nog grooter zijn, dus de reflectie minder. Nu zullen echter, zooals reeds boven werd besproken, op eene hoogte grooter dan 75 K.M. ook de corpusculaire stralen werkzaam zijn. Tengevolge hiervan zal de grootheid k met de hoogte langzamer veranderen dan volgens vergelijking (14), eventueel zelfs constant kunnen blijven. Nemen we aan, dat zulks inderdaad het geval is, dan zal op grond van (9) en (30) de grootheid $p\beta$ met de hoogte, en dus met de frequentie, afnemen, de reflectie derhalve toenemen.

In de onderstelling, dat k boven 75 K.M. constant is, verkrijgen we evenals boven in (24)

$$n_{10} e^{k h_1} = \frac{m \omega^2 \cos^2 \varphi}{4 \pi q^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

waarbij voor k de waarde voor stikstofgas bij eene hoogte van 75 K.M., zijnde 0.3, zou moeten worden ingevoerd.

Beschouwen we b.v. golven van 15 Meter golflengte, dan volgt uit (32), dat het verschil in hoogte van reflectie met golven van 30 Meter golflengte 4.6 K.M. zou bedragen. Voor het geval, dat de atmosfeer op ongeveer 80 K.M. hoogte alleen uit stikstofgas zou bestaan, zou dan uit (30) volgen $p\beta = 10$, dus eene waarde, die tweemaal zoo klein is als voor golven van 30 Meter golflengte, zoodat de gereflecteerde amplitudo veel grooter wordt.

Deze waarde $p\beta = 10$ vonden wij ook voor golven van 1 K.M. golflengte. Tusschen de golflengte van 15 Meter eenerzijds en die van 1 K.M. andererzijds moet dan een gebied liggen, waar $p\beta$ grootere waarden heeft, en waar dus de gereflecteerde amplitudo geringer is.

Zooals reeds boven werd opgemerkt, zou de reflectie van des te kortere golven mogelijk zijn, naarmate de ionisatie verder met de hoogte toeneemt tengevolge van den ioniseerenden invloed van de corpusculaire stralen op het stikstofgas.

Bevat de hoogere atmosfeer waterstofgas in aanmerkelijke hoeveelheid, dan zou zich de geheele geïoniseerde laag op een veel hooger niveau bevinden. Voor de hoogte van reflectie en de gereflecteerde amplitudo zouden dan weer de uitdrukkingen (24), (30) en (31) gelden, echter met de voor waterstofgas geldige constanten. Bij de door W e g e n e r gemaakte onderstellingen omtrent de dichtheid van het waterstofgas zou dan de gereflecteerde amplitudo aanmerkelijk kleiner worden dan bij aanwezigheid

van stikstofgas alleen. Op dezen grond lijken althans de quantitatieve onderstellingen van Wegener weinig waarschijnlijk.

Als ionisator van de hoogere atmosfeer is ook de ultragammastraling werkzaam [1]). Tengevolge van de geringe absorptie dezer stralen bereikt echter de grootheid k — indien er geen andere ionisatoren waren — geen grootere waarde dan omstreeks 0.1 volgens de in de publicaties van Benndorf gegeven graphische voorstellingen. Bovendien zal tevens wegens de geringe absorptie de maximale ionisatie reeds op betrekkelijk kleine hoogte worden bereikt. Dientengevolge zal de gereflecteerde amplitudo slechts uiterst klein zijn. Voor $k=0.1$ en $\omega=1.2\times10^6$ (golflengte ongeveer 1500 Meter) volgt uit (29) $p\beta=120$, eene waarde, waarbij reflectie practisch niet plaats kan vinden.

4. We zullen thans den tijd nagaan, die noodig is voor de reflectie van een sein van bepaalde samenstelling. We laten het sein bestaan uit eene reeks golven, waarvan de amplitudo op een bepaald tijdstip in een zeker punt eene maximale waarde heeft, terwijl voor grootere en ook voor kleinere waarden van den tijd in dat punt de amplitudo snel afneemt. Een dergelijk sein in het vacuüm kan worden voorgesteld door de vergelijking

$$f(\tau)=e^{i\tau-\sigma\tau^2},$$

waarin

$$\tau=\frac{2\pi}{\lambda_0}(c\,t-z\cos\varphi-y\sin\varphi) \quad . \; . \; . \; . \; (33)$$

Hierin is λ_0 de golflengte van het sein, dat zich met lichtsnelheid onder een hoek φ met de z-as voortplant. De constante σ is eene maat voor den duur van het sein. De amplitudo is voor $y=z=0$ maximaal voor $t=0$, terwijl voor $t'=\dfrac{\pm\lambda_0}{2\pi c\sqrt{\sigma}}$ de amplitudo in dat punt $\dfrac{1}{e}$ is van de waarde voor $t=0$, zoodat deze tijd t' des te kleiner is, naarmate σ grooter is.

We maken nu gebruik van de integraalvoorstelling van Fourier voor eene willekeurige functie, en wel in den navolgenden vorm

$$F(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{\omega_0}\int_{-\infty}^{+\infty}F(u)\,.\,e^{\frac{i\omega}{\omega_0}(\tau-u)}\,du \quad . \; . \; . \; (34)$$

[1]) Zie H. Benndorf, Physik. Zeitschr. **27** p, 686, 1926.

De invallende verstoring (33) wordt nu verkregen door te stellen $F(u) = f(u)$. De gereflecteerde verstoring zal worden verkregen door voor iedere frequentie te vermenigvuldigen met den factor (4), hetgeen neerkomt op het invoeren van dezen factor onder het integraalteeken.

Aangezien nu, zooals bij nadere beschouwing blijkt, bij seinen van niet al te korten duur, die bestaan uit een groot aantal periodes van de ongedempte golfbeweging, in welk geval $\sigma \ll 1$ zal zijn, de waarde van (34) feitelijk bepaald wordt door de waarden van ω in de onmiddellijke omgeving van $\omega_o = \frac{2\pi c}{\lambda_o}$, zoo zullen we ook voor (4) de waarde kunnen nemen, die geldt voor het gebied. waarin de golflengte λ_o is gelegen. Is nu λ_o eene korte golf, zoodat $|a|$ eene groote waarde heeft, zoo kunnen we voor den factor (4) de uitdrukking (4a) substituuren in den vorm

$$i \, . \, e^{-p\beta\cos\varphi} \, . \, e^{\frac{2i\omega}{c} z\cos\varphi + 2ip\cos\varphi\left(1 - \ln 2\cos\varphi - \frac{1}{2}\ln\sin\beta\right)} \quad . \, (35)$$

Bij invoering van (35) en (33) in (34) verkrijgen we na uitvoering van de integratie naar u

$$\frac{i}{2\pi\omega_o}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma}}\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \, . \, e^{-\frac{1}{4\sigma}\left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{i\omega}{\omega_0}\tau + \frac{2i\omega}{c}z\cos\varphi} \times$$

$$\times e^{-p\beta\cos\varphi + 2ip\cos\varphi\left[1 - \ln(2\cos\varphi) - \frac{1}{2}\ln\sin\beta\right]} \quad . \quad . \, (36)$$

Nemen we nu aan, dat het sein zoolang duurt, dat inderdaad $\sigma \ll 1$ — indien de amplitudo in 0.1 sec. $\frac{1}{e}$ wordt van de maximale, zoo blijkt bij eene golflengte van 100 M. σ van de orde 10^{-12} te zijn — dan wordt de waarde van (36) bepaald door de onmiddellijke omgeving van het punt $\omega = \omega_o$. We kunnen dan in den exponent van den laatsten factor van (36) in de grootheden $p\beta$ en $\ln\sin\beta$, die slechts langzaam met ω veranderen — zie boven de formules (8) en (31) —, stellen $\omega = \omega_o$. Bedoelde exponent bevat ω dan nog alleen in de grootheid p en (36) wordt zoodoende

$$\frac{i}{2\pi\omega_0}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma}}\,e^{-p\beta\cos\varphi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\omega\,.\,e^{-\frac{1}{4\sigma}\left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\frac{i\omega}{\omega_0}\tau+\frac{2i\omega}{c}z\cos\varphi}\times$$

$$\times e^{\frac{4i\omega}{ck}\cos\varphi\left[1-\ln(2\cos\varphi)-\frac{1}{2}\ln\sin\beta\right]},$$

welke integraal de uitkomst geeft

$$i\,.\,e^{-p\beta\cos\varphi-\sigma\omega_0^2 b^2-\sigma\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi\right)\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi+2\omega_0 b\right)+i\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi+\omega_0 b\right)}, \qquad (37)$$

waarin gesteld is

$$b=\frac{4}{ck}.\cos\varphi.\left(1-\ln(2\cos\varphi)-\frac{1}{2}\ln\sin\beta\right).$$

Uit (37) volgt, dat de amplitudo van het sein maximaal is, indien voldaan is aan

$$\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi+\omega_0 b=0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (38),$$

in welk geval die bedraagt $e^{-p\beta\cos\varphi}$. Overigens is de grootheid $-\sigma\omega_0^2 b^2$, die in den exponent van (37) voorkomt, volkomen te verwaarloozen t.o.v. $p\beta\cos\varphi$. Uit (33) en (38) wordt verkregen voor het tijdstip van maximale amplitudo voor het gereflecteerde sein

$$c\,t_r=-z\cos\varphi+y\sin\varphi-c.b \quad . \; . \; . \; . \quad (39),$$

terwijl de tijd van maximale amplitudo voor het invallende sein, voor welk tijdstip uit (33) volgt $\tau=0$, gegeven is door

$$c\,t_i=z\cos\varphi+y\sin\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40).$$

Bij vergelijking van de door (39) en (40) bepaalde tijden t_i en t_r moet in aanmerking worden genomen, dat de grootheid z bij de benadering van (4) negatief is, en altijd eene zóó groote waarde moet hebben, dat $|w| \ll 1$. Bij invoering van b uit (37) overtuigt men zich gemakkelijk, dat onder die voorwaarde altijd t_r-t_i inderdaad eene positieve grootheid is. Overigens kan worden opgemerkt, dat bij de hier gebezigde benadering $\left(\frac{\omega l}{v_0} \gg 1\right)$

de „reflectietijd" $t_r - t_i$ kleiner is dan voor het geval, dat $b = 0$ zou zijn, d.w.z. bij reflectie aan een volkomen spiegel ter hoogte $z = 0$, dus waar $g = \frac{\omega}{4\pi}$. Voor de verkleining van den „reflectietijd" vinden we voor eene frequentie $\omega_o = 2.8 \times 10^7$ (golflengte ruim 50 Meter), indien $\cos\varphi = 1$, onder gebruikmaking van het boven uiteengezette, omstreeks 8×10^{-5} sec. Deze tijd neemt met toenemende frequentie langzaam toe.

Bij de frequentie $\omega_o = 2.8 \times 10^7$ blijkt de „reflectietijd" voor het oppervlak der aarde ($z = -75$ K.M.) ongeveer 4×10^{-4} sec. te zijn.

Voor lange golven, waarvoor geldt $\frac{\omega l}{v_o} \ll 1$, en waarbij we eveneens onderstellen $|a| \ll 1$ zullen we voor $|w| \ll 1$ gebruik kunnen maken van de benadering (4 b). In plaats van (36) verkrijgen we dan de integraal

$$-\frac{1}{2\pi\omega_o}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma}}\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \,.\, e^{-\frac{1}{4\sigma}\left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{i\omega}{\omega_0}\tau + \frac{2i\omega}{c} z\cos\varphi} \; e^{-\frac{\pi}{2} p\cos\varphi + 2ip\cos\varphi \, ln\frac{p}{2}} \qquad (41),$$

Aangezien ook thans de waarde van de integraal bepaald zal worden door de onmiddellijke omgeving van het punt $\omega = \omega_o$, zoo zullen we in de uitdrukking voor $ln\frac{p}{2}$, die voorkomt in den exponent van de laatste e-functie in (41), kunnen stellen $\omega = \omega_o$. De uitvoering van de integratie geeft dan

$$-e^{-\sigma\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi\right)\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi+2\omega_0 b'\right)+\omega_0 a'+\omega_0^2\sigma\left(a'^2+b'^2\right)} \times$$

$$\times e^{i\left(\tau+\frac{2\omega_0}{c}z\cos\varphi+\omega_0 b'\right)\left(1+2\sigma\omega_0 a'\right)},$$

$$\text{waarin } a' = -\frac{\pi\cos\varphi}{ck},\; b' = \frac{4\cos\varphi}{ck}\, ln\,\frac{\omega_o}{ck} \quad . \quad . \quad (42)$$

Uit (42) volgt, dat de amplitudo van het sein maximaal is, indien voldaan is aan

$$\tau + \frac{2\omega_o}{c} z\cos\varphi + \omega_o b' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Uit (33) en (43) volgt voor het tijdstip van maximale amplitudo voor het gereflecteerde sein

$$c\,t_r = -z\cos\varphi + y\sin\varphi - c\,b' \quad , \quad . \; . \; . \; . \quad (44)$$

terwijl voor het invallende sein hiervoor geldt

$$c\,t_i = z\cos\varphi + y\sin\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (45)$$

In dit geval is b' negatief en verkrijgen we evenals boven voor $t_r - t_i$ eene positieve grootheid. Nemen we aan $\omega_0 = 2 \times 10^5$ (golflengte ongeveer 10 K.M.) en $\cos\varphi = 1$, dan vinden we onder gebruikmaking van hetgeen boven is besproken ongeveer $b' = -7 \times 10^{-6}$ *sec.* De „reflectietijd" $t_r - t_i$ is dus thans iets grooter dan voor het geval, dat $b' = 0$ zou zijn, hetgeen zou beteekenen eene volkomen reflectie ter plaatse $z = 0$.

Het wil mij voorkomen, dat de zeer groote „echotijden", die door sommige waarnemers [1]) zijn gemeten, niet verklaard kunnen worden met behulp van de hier gebezigde voorstellingen.

---

[1]) Zie o.a. van der Pol, Tijdschr. v. h. Nederl. Radiogenootsch. **4** p. 13, 1928.

BOEKBESPREKING

„The Elementary Principles of Wireless Telegraphy & Telephony", by R. D. Bangay, Third edition. Revised by O. F. Brown B.Sc. Iliffe & Sons Lim. Londen. Prijs 10/6 d.

De derde editie van het bekende werkje van Bangay is door Brown gereviseerd waarbij enkele nieuwe hoofdstukken zijn toegevoegd, waardoor het geheel op de hoogte der moderne techniek is gebracht.

Het werk is bestemd voor hen die weinig technische kennis bezitten en het gaat daarom op de meer hooge technische problemen, niet in.

Het boek beantwoord volkomen aan zijn doel, de behandeling der onderwerpen, zoowel als de vele schema's zijn zeer duidelijk.

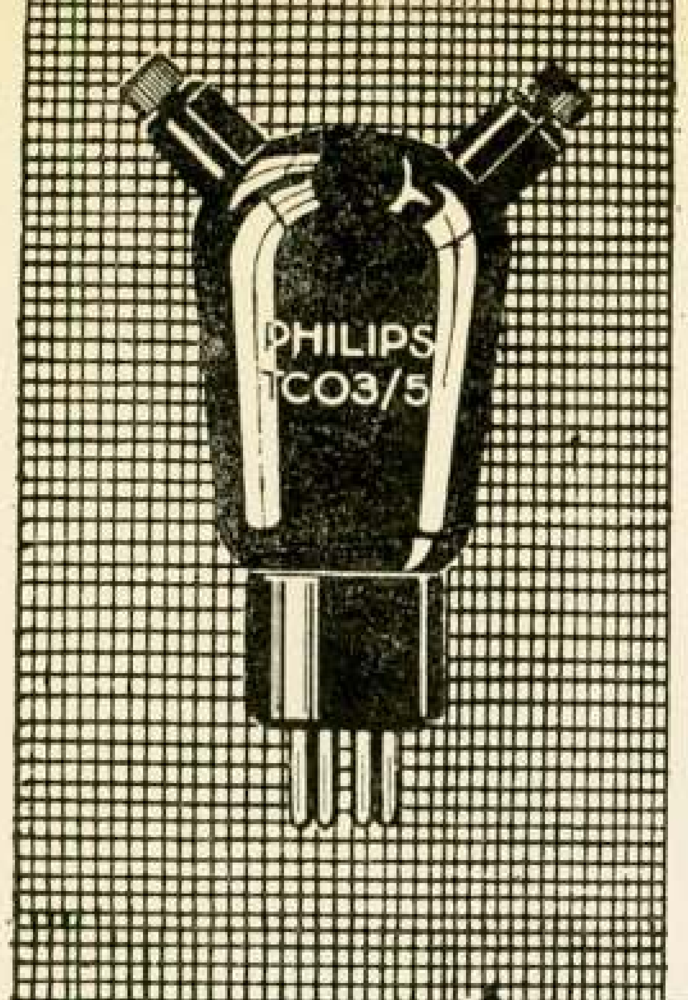
W.

„The Handbook of Technical Instruction for Wireless Telegraphists", by H. M. Dowsett M. I. E. E. F. Inst. P. M. Inst. R. E. Fourth Edition Iliffe & Sons Lim. Londen. Prijs 25/.

Dit werk wordt genoemd, een volledig handboek voor den Marconist. Behalve de algemeene theorie, geeft het boek beschrijvingen van de verschillende typen draadlooze scheepstations. Deze beperken zich echter tot die van Engelsch fabrikaat. Opmerking verdient het gedeelte hetwelk de theorie en de praktijk van de richtingzoekers behandelt.

Ook bij dit, geheel omgewerkte, boek laat de uitvoering weinig te wenschen over.

W.

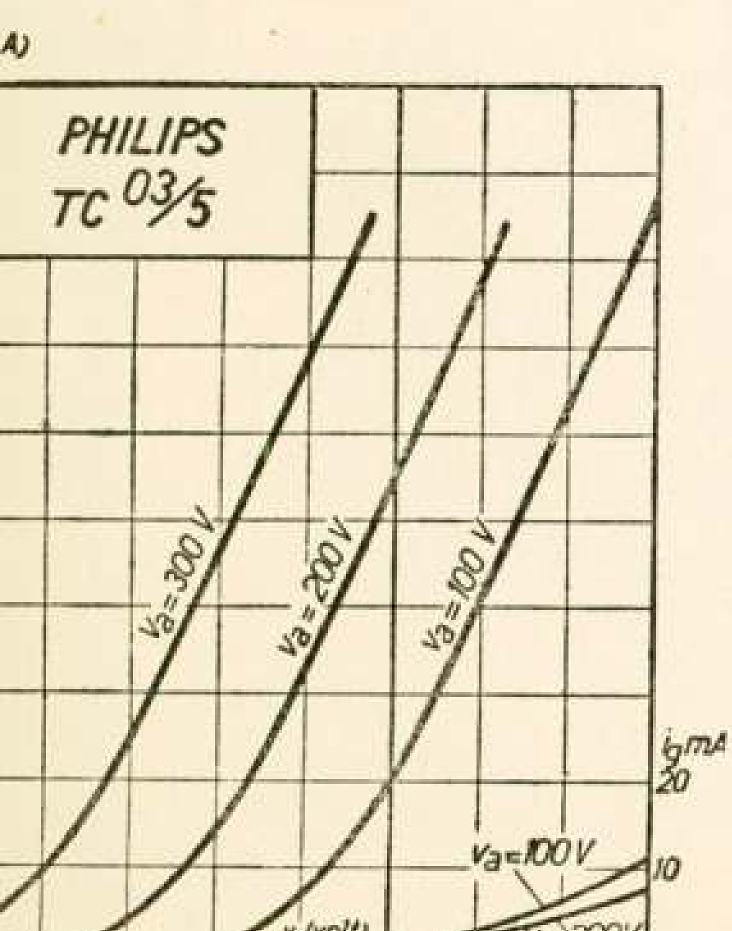


PHILIPS
ZENDLAMP
TC 03/5

Deze lamp kan zelfs op golflengten van enkele meters uitstekende resultaten geven. Zij bezit een bijzonder sterke gloeidraad en is daardoor zeer geschikt voor gebruik in kleine transportabele zenders.

Voor de gloeidraad voeding wordt een Philips gloeistroom transformator No. 4009, voor het leveren van de anodespanning een Philips dubbelfasige gelijkrichtlamp 506 (2 × 300 V-75 mA) aanbevolen.

Prijs fl. 10,50



Gloeispanning	v_f	= 4.0 V
Gloeistroom	i_f	= ca. 0.275 A
Verzadigingsstroom	i_s	= ca. 100 mA
Anodespanning	v_a	= 150—300 V
Maximale anodedissipatie . .	w_a	= 6 W
Anodedissipatie beproefd op .	w_{at}	= 10 W
Versterkingsfactor	g	= ca. 6
Steilheid	S	= ca. 2,3 mA/V
Inwendige weerstand	R_i	= ca. 2500 Ω
Grootste diameter	d	= 55 mm
Grootste lengte	l	= 130 mm

OVER DE TRILLINGEN VAN REGULATEURS EN VAN TRIODELAMPEN

door

Ph. LE CORBEILLER
(Laboratoire National de Radioélectricité — Paris)

1) *Samenvatting.* Wanneer in een willekeurig bedrijf een regulateur wordt geplaatst, zal een der voornaamste zorgen van den ingenieur zijn, eventueel „slingeren" van den regulateur te voorkomen, een uitdrukking, welke den toestand aanduidt, waarin de te regelen variabele ω periodische trillingen uitvoert om een constante gemiddelde waarde ω_0. Dit standpunt is geheel het tegenovergestelde van dat van den radio-ingenieur, wanneer hij een triodelamp schakelt als trillingsgenerator; deze toch tracht variaties van den anodestroom en van de anodespanning om hun gemiddelde waarden heen te verkrijgen; echter wordt slechts het variabele deel door hem nagestreefd en benut. De werktuigkundige ingenieur is ongelukkig, wanneer zijn regulateur slingert, de radio-ingenieur wanneer zijn lamp niet wil oscilleeren. Wij zullen hier aantoonen, dat het in beide gevallen trillingen betreft van een systeem met twee parameters rond een dynamische onstabiele evenwichtspositie. De klassieke theorie der kleine trillingen brengt de bewegingsvergelijkingen van het systeem terug tot twee lineaire vergelijkingen met constante coëfficienten. Deze theorie kan slechts toegepast worden op sinusoidale trillingen, bovendien geeft deze theorie geen enkele aanwijzing betreffende hun amplitude. De theorie der relaxatietrillingen van Dr. Balth. van der Pol vult deze leemten in een kenmerkend geval quantitatief aan en geeft een beeld van wat zich bij meer ingewikkelde gevallen voordoet.

2) Beschouwen wij thans een stoommachine, voorzien van een hoeksnelheidsregulateur; de theorie is ook van toepassing op ieder ander soort regulateur. De trillingen, welke hier voor

ons van belang zijn, zijn in de mechanica bekend als „trillingen van groote periode"; deze trillingen worden veroorzaakt door de reacties tusschen de machine en haar regulateur, waarbij de belasting van de machine constant blijft. Wij houden hierbij geen rekening met de zoogenaamde „trillingen van kleine periode" welke ontstaan uit de variaties van de kinetische energie van een drijfstang gedurende een omwenteling, of door analoge oorzaken. Men kan, zoo men wil, aannemen, dat wij hier meer speciaal met een turbine te doen hebben.

Veronderstellen wij, dat deze machine voorzien is van een directen centrifugaal-regulateur (regulateur van Watt of derg.) De eigenlijke machine hangt af van één enkelen parameter φ, welke bijv. op het moment t den stand van een gegeven punt van het vliegwiel bepaalt. De hoeksnelheid van het vliegwiel is $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. De gewichten van den regulateur krijgen een snelheid $K\omega$, waarbij K een constante is; zij bepalen den stand van de huls op de verticale as van den regulateur; zij verder x de stand van de huls, $v = \frac{dx}{dt}$ haar snelheid. Door middel van een overbrenging regelt de huls de opening a van de schuif of van de smoorklep; x en a zijn derhalve afhankelijk van elkaar en wij nemen aan, dat zij in tegengestelden zin veranderen.

Het systeem machine-regulateur is een systeem met twee parameters φ en x; de vergelijkingen hiervoor zijn volgens de methode van Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\omega}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \Phi, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = X \quad . \quad . \quad (1)$$

terwijl men voor $2T$, Φ en X de volgende uitdrukking heeft:

$$\left\{\begin{aligned} 2T &= (a + 2bx + cx^2)\,\omega^2 + mv^2 \\ \Phi &= M(\omega, x) - R(t) \\ X &= -F(x) - rv \pm f \end{aligned}\right. \qquad (2)$$

Het is bekend, dat de uitdrukking voor de kinetische energie $2T$ homogeen is en van den tweeden graad in ω en v. Een nauwkeurige studie van den regulateur van het beschouwde type [1]) toont aan, dat $2T$ geen termen met ωv bevat, dat men

[1]) Zie bijv. R. v. Mises, Dynamische Probleme der Maschinenlehre, Encykl. d. Math. Wissenschaften, IV, 10, 1911 — H. Chipart, Etude sur les régulateurs, Bull. Soc. Industrie Minérale 1914.

praktisch de coëfficient van v^2 als constant mag beschouwen, dat echter in de coëfficient van ω^2, hoewel de term a, betrekking hebbend op de traagheid van het vliegwiel, overwegend is, de twee andere genoemde termen niet verwaarloosd mogen worden.

Het koppel Φ is het verschil tusschen het aandrijfkoppel M en het weerstandbiedend koppel R. Het eerste is een bekende functie van ω en van a of, wat op hetzelfde neerkomt, van ω en van x; de waarde van het tweede als functie van t is een gegeven van het probleem bij de storingstheorie; in het vervolg zullen wij dit koppel als constant beschouwen: $R(t) = R_o$.

De kracht F is de statische kracht welke op de huls werkt; haar gemiddelde waarde is, wat men foutief „het vermogen" van den regulateur noemt. De term $-rv$ stelt in het onderhavige geval de weerstandskracht van een oliedemper voor en de term $\pm f$, het tegengesteld teeken van v hebbende, de kracht der droge wrijving.

De vergelijkingen (1) kunnen dus als volgt worden geschreven:

$$\left\{ \begin{aligned} &(a + 2bx + cx^2)\frac{d\omega}{dt} + 2(b + cx)\,\omega v = M(\omega, x) - R_o \\ &m\frac{dv}{dt} - (b + cx)\,\omega^2 \qquad\qquad = -F(x) - rv \pm f \end{aligned} \right. \tag{3}$$

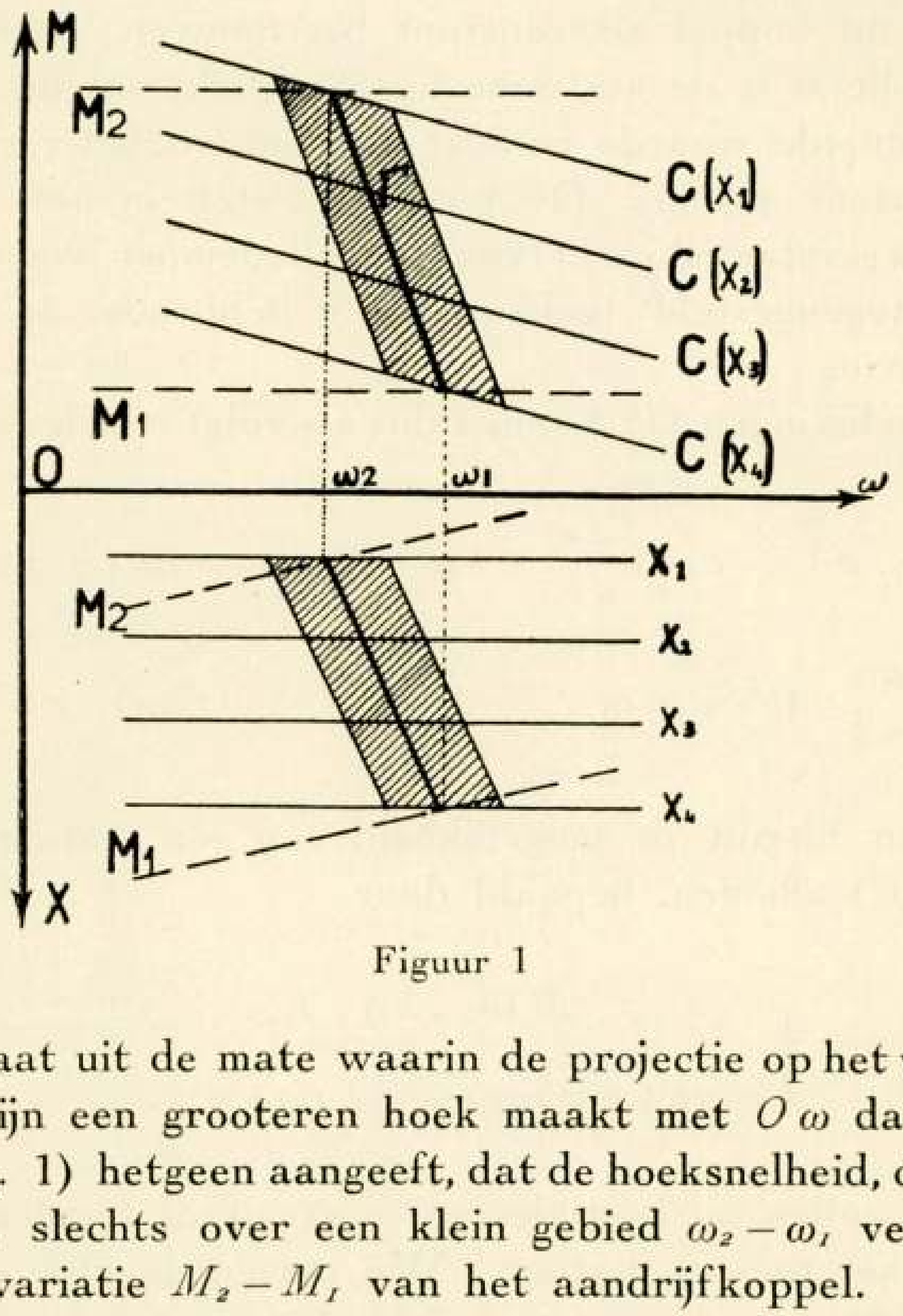
Men kan hieruit de mogelijkheid van een stationnairen toestand $(\omega_o\, x_o)$ afleiden, bepaald door

$$\left\{ \begin{aligned} &o = M(\omega_o, x_o) - R_o\,. \\ &-(b + cx_o)\,\omega_o^2 = -F(x_o) \pm f \end{aligned} \right. \tag{4}$$

3) Wij zullen nu bestudeeren, waaruit de reguleerende werking van het toestel bestaat. Wij nemen daartoe drie onderling loodrechte assen $O\omega$, Ox, OM; het punt (ω, x, M) bepaalt den oogenblikkelijken toestand van den machine-regulateur en bevindt zich op een vlak, dat wij het *karakteristieke vlak* van de machine zullen noemen.

Indien er geen regulateur was, of indien de verbinding tusschen de drijfas en den regulateur was weggelaten, dan zou het aandrijfkoppel voor elke bepaalde positie van de schuif, dus voor $x =$ constant, alleen van ω afhangen. Het punt zou zich dan langs een der krommen (C) $x = x_1, x_2$ en x_3 (fig. 1)

verplaatsen. Door het functioneeren van den regulateur correspondeert met elke hoeksnelheid ω van den stationnairen toestand een verschillende waarde van x. De onderlinge afhankelijkheid van deze twee grootheden wordt door de tweede vergelijking (4) bepaald. Door aanvankelijk de wrijvingsterm $\pm f$ te verwaarloozen, ziet men, dat de betreffende punten voor de verschillende stationnaire toestanden op een kromme Γ zijn gelegen, welke loopt over het karakteristieke vlak en welke men de *lijn van het theoretisch evenwicht* noemt. Het reguleerend



Figuur 1

effect bestaat uit de mate waarin de projectie op het vlak $O\,\omega\,M$ van deze lijn een grooteren hoek maakt met $O\,\omega$ dan de krommen C (fig. 1) hetgeen aangeeft, dat de hoeksnelheid, dank zij den regulateur, slechts over een klein gebied $\omega_2 - \omega_1$ verandert bij de totale variatie $M_2 - M_1$ van het aandrijfkoppel.

De wrijving heeft tot gevolg, dat i. p. v. een evenwichtslijn een *evenwichtsstrook* (geharceerd in fig. 1) op het karakteristiek vlak ontstaat, in projectie op het plan $O\,\omega\,M$ begrensd door de beide lijnen

$$+(b + c\,x)\,\omega^2 = +F(x) \pm f\ .$$

Veronderstellen wij nu, dat het ons interesseerend gedeelte van het karakteristieke vlak benaderd kan worden door het raakvlak en noemen wij $\omega_1\ x_1\ M_1$ de veranderingen van $\omega\ x\ M$,

terwijl wij uitgaan van de met een stationnairen toestand correspondeerende waarden $\omega_0\, x_0\, M_0$, en schrijven wij

$$\left\{\begin{array}{l} M_1 = -\varrho\,\omega_1 - \lambda\,x_1, \quad F(x) = F(x_0) + g\,x_1 \\ I = a + 2\,b\,x_0 + c\,x_0^2,\ G = 2\,(b + c\,x_0)\,\omega_0,\ s = g - e\,\omega_0^2 \end{array}\right. \qquad (5)$$

Uit de tweede vergelijking (4) volgt, bij verwaarloozing van de wrijving,

$$s\,x_1 - G\,\omega_1 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Dit is de vergelijking van de evenwichtslijn, geprojecteerd op het plan $O\,\omega\,x$. Daar deze lijn op het karakteristieke vlak gelegen is, hetwelk in zijn raakvlak $M = -\varrho\,\omega_1 - \lambda\,x_1$ is overgegaan, is de vergelijking van haar projectie op het vlak $O\,\omega\,M$:

$$s\,M_1 + (\varrho\,s + \lambda\,G)\,\omega_1 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Teneinde regulatie te verkrijgen, is het noodzakelijk, dat de helling $-\left(\varrho + \frac{\lambda\,G}{s}\right)$ van de projectie van Γ op $O\,\omega\,M$ een grootere absolute waarde heeft dan de helling $-\varrho$ van de C-krommen. Daar alle coëfficienten, uitgezonderd s, noodzakelijkerwijs positief zijn, moet $s = g - c\,\omega_0^2$ ook positief zijn, een betrekking, die welbekend is bij de werktuigkundigen en waarop wij later terugkomen.

4) Bestudeeren wij thans de kleine veranderingen van ω, x, M, t.o.v. een stationnairen toestand $\omega_0\, x_0\, M_0$. Teneinde de analogie met de trillingen van triodelampen te verkrijgen, moeten wij de wrijvingsfactor $\pm f$ buiten beschouwing laten. Gebruikmakend van de gegevens (5) en slechts rekening houdende met de lineaire termen, schrijft men de vergelijkingen (3) als volgt:

$$\left\{\begin{array}{l} I\dfrac{d\,\omega_1}{d\,t} + \varrho\,\omega_1 \qquad\qquad + G\,v_1 + \lambda\,x_1 = 0. \\[2ex] -G\,\omega_1 + m\dfrac{d\,v_1}{d\,t} + r\,v_1 + s\,x_1 = 0. \end{array}\right. \quad \ldots \quad (8)$$

De beteekenis der verschillende termen vloeit voort uit de theorie van een lineair systeem met twee graden van vrijheid, welke wij kort kunnen resumeeren.

Stel, dat wij een lineair systeem hebben met twee graden van vrijheid $q_1\, q_2$. De vergelijkingen hiervoor zijn, bij afwezigheid van uitwendige krachten $f_1\, f_2$:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{q}_1 + r_1 \dot{q}_1 + s_1 q_1 + \mu_2 \ddot{q}_2 + \varrho_2 \dot{q}_2 + \sigma_2 q_2 \quad (= f_1) = 0. \\ \mu_1 \ddot{q}_1 + \varrho_1 \dot{q}_1 + \sigma_1 q_1 + m_2 \ddot{q}_2 + r_2 \dot{q}_2 + s_2 q_2 \quad (= f_2) = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Men kan deze vergelijkingen opvatten als te behooren bij een primair ($m_1\ r_1\ s_1$) en een secondair ($m_2\ r_2\ s_2$) systeem, gekoppeld met elkaar en beide traagheid, wrijving en elasticiteit bezittend. De koppelingscoëfficienten moeten nader bestudeerd worden. Stellen wij:

$$\varrho_1 = \varrho + G \qquad \varrho_2 = \varrho - G,$$
$$\mu_2 = \mu_1 - \mu \qquad \sigma_2 = \sigma_1 - \sigma.$$

De coëfficienten ϱ_1 en ϱ_2 worden positief verondersteld, maar $\mu_1\ \mu_2\ \sigma_1\ \sigma_2$ kunnen een willekeurig teeken hebben. De vergelijkingen (9) kunnen als volgt geschreven worden:

$$\begin{cases} (m_1 \ddot{q}_1 + r_1 \dot{q}_1 + s_1 q_1) + (\mu_1 \ddot{q}_2 + \varrho \dot{q}_2 + \sigma_1 q_2) - G \dot{q}_2 = \mu \ddot{q}_2 + \sigma q_2 \\ (\mu_1 \ddot{q}_1 + \varrho \dot{q}_1 + \sigma_1 q_1) + G \dot{q}_1 + (m_2 \ddot{q}_2 + r_2 \dot{q}_2 + s_2 q_2) = 0. \end{cases} \tag{10}$$

Het primaire en het secondaire systeem zijn dus door een gemeenschappelijk deel ($\mu_1\ \varrho\ \sigma_1$) gekoppeld en bovendien door een gyroscopische koppeling (termen $+ G \dot{q}_1, - G \dot{q}_2$). Alle termen links van het teeken = zijn *passieve* termen, d. w. z. zij kunnen geen energie leveren. Inderdaad wordt in de weerstanden steeds energie gedissipeerd; de massa's en de elasticiteiten kunnen energie opnemen of afgeven gedurende een tijdsverloop $\triangle t$, maar tusschen twee identieke toestanden van het stelsel in heffen zij elkaar op. Tenslotte veroorzaken de gyroscopische termen geen enkele uitwisseling van energie. De termen, welke weerstanden bevatten, worden *dissipatief* genoemd, de andere *conservatief*.

Het aldus gedefinieerde passieve systeem is aan twee krachten $\mu \ddot{q}_2$ en σq_2 onderworpen. Deze laatste zijn inwendige krachten van het systeem zelf, daar wij de uitwendige krachten nul hebben gesteld. De kwestie, te weten, of zij al dan niet een koppeling tusschen de primaire en het secondaire systeem tot stand brengen, hangt af van de uitbreiding van de beteekenis, welke men aan die woorden wil geven. Elk der beide krachten komt in ieder geval slechts in één vergelijking voor; om dit uit te drukken noemt G. A. Campbell (1914) [1]) de betreffende coëfficienten *eenzijdig*; μ zou dus een *eenzijdige massa* zijn, σ een *eenzijdige elasticiteit*.

[1]) Naar R. L. Wegel, Theory of Vibration of the Larynx, Bell System Techn. Journ. Jan. 1930, die geen referentie opgeeft.

Het belangrijkste punt is echter, dat deze termen, wanneer zij een daartoe geschikt teeken hebben, energie aan het systeem kunnen toevoeren (een energie, ontleend aan een bron, welke niet expliciet in de vergelijkingen (9) voorkomt) en wanneer deze energie grooter is dan die, welke in de dissipatieve termen wordt verbruikt, zal het systeem kunnen trillen. Met andere woorden, de aanwezigheid van een eenzijdige massa of elasticiteit zal een *noodzakelijke* voorwaarde zijn, dat het systeem zelfonderhouden trillingen zal kunnen voortbrengen bij afwezigheid van uitwendige krachten.

Wij komen nu terug op de vergelijkingen (8). Wij zien, dat zij betrekking hebben op een systeem, hetwelk een primair gedeelte (I, ϱ) (de machine) en een secondair gedeelte $(m\, r\, s)$ (de regulateur) bevat. Deze laatste heeft een eigen frequentie, de machine echter niet. Overigens is het voor de stabiliteit noodig, dat de coëfficiënt s een kracht definieert die het systeem naar den evenwichtsstand tracht terug te drijven, d. w. z. $s > o$, een reeds eerder voorgekomen conditie. De koppeling is uitsluitend gyroscopisch (termen $G v_1, -G \omega_1$); er is bovendien een eenzijdige elasticiteit λ. De karakteristieke vergelijking is

$$\begin{vmatrix} I p + \varrho & G p + \lambda \\ -G & m p^2 + r p + s \end{vmatrix} = o \qquad (11)$$

Stellen wij

$$\delta_1 = \frac{\varrho}{I}, \quad \delta_2 = \frac{r}{m}, \quad \omega_2{}^2 = \frac{s}{m},$$

$$\frac{G^2}{I m} = \bar{\omega}^2 \qquad \frac{G \lambda}{I m} = h^3 \qquad (12)$$

dan kan de karakteristieke vergelijking (11) als volgt geschreven worden:

$$p^3 + (\delta_1 + \delta_2) p^2 + (\omega_2{}^2 + \delta_1 \delta_2 + \bar{\omega}^2) p + (\delta_1 \omega_2{}^2 + h^3) = o. \qquad (13)$$

Om de kleine trillingen te bestudeeren, nemen wij aan, dat deze vergelijking de wortel $\Omega \sqrt{-1}$ bezit; men verkrijgt nu de twee betrekkingen:

$$\begin{cases} \Omega^2 = \omega_2{}^2 + \delta_1 \delta_2 + \bar{\omega}^2 \\ (\delta_1 + \delta_2)\, \Omega^2 = \delta_1 \omega_2{}^2 + h^3 \end{cases} \qquad (14)$$

De eerste toont aan, dat de trillingsfrequentie van het systeem

de eigen frequentie van den regulateur is, met kleine correctie termen; door eliminatie van Ω uit de beide betrekkingen verkrijgt men de voorwaarde voor het juist onderhouden der trillingen:

$$(\omega_2^2 + \delta_1 \delta_2 + \bar{\omega}^2)(\delta_1 + \delta_2) = \delta_1 \omega_2^2 + h^3 \qquad (15)$$

Deze betrekking zou niet mogelijk zijn, wanneer h^3 = nul was (λ nul, passief systeem) en toont aan, dat h^3, dus ook λ, positief moet zijn. Aan deze conditie wordt in een krachtwerktuig steeds voldaan.

Indien men δ_1 en δ_2 mag verwaarloozen en men als eenheid van tijd $\Theta = \frac{1}{\sqrt{\omega_2^2 + \bar{\omega}^2}}$ kiest, terwijl men $q = \Theta p$ stelt, wordt de vergelijking (13)

$$q^3 + q + h^3 \Theta^3 = o \qquad (13 \text{ bis})$$

De dimensielooze grootheid

$$h^3 \Theta^3 = \frac{G \lambda \sqrt{I m}}{(I s + G^2)^{3/2}} = \gamma$$

kan men de *karakteristieke coëfficient van de regulatie* noemen, zooals de analoge grootheid, in 1895 door Lecornu in de studie der direct-werkende regulateurs ingevoerd [1]). Twee stelsels, elk bestaande uit een motor en een regulateur, welke gelijke γ hebben, komen dynamisch met elkaar overeen, d. w. z. dat hun trillingen identiek zijn, bij juiste keuze van den tijdmaat.

Indien men de werking der verschillende koppelingen wil doorzien, mag men natuurlijk niet nalaten, de correspondeerende termen in de eerste der beide vergelijkingen van het systeem op te schrijven, met het motief, dat ze ten opzichte van de traagheid van het vliegwiel kunnen worden verwaarloosd [2]) (zooals alle auteurs, die wij hebben kunnen raadplegen, hebben gedaan).

5) Beschouwen wij nu een triode, geschakeld volgens het

---

[1]) Zie Lecornu, Régularisation du mouvement dans les machines. (Encycl. Léauté) — en tevens Chipart, loc. cit.

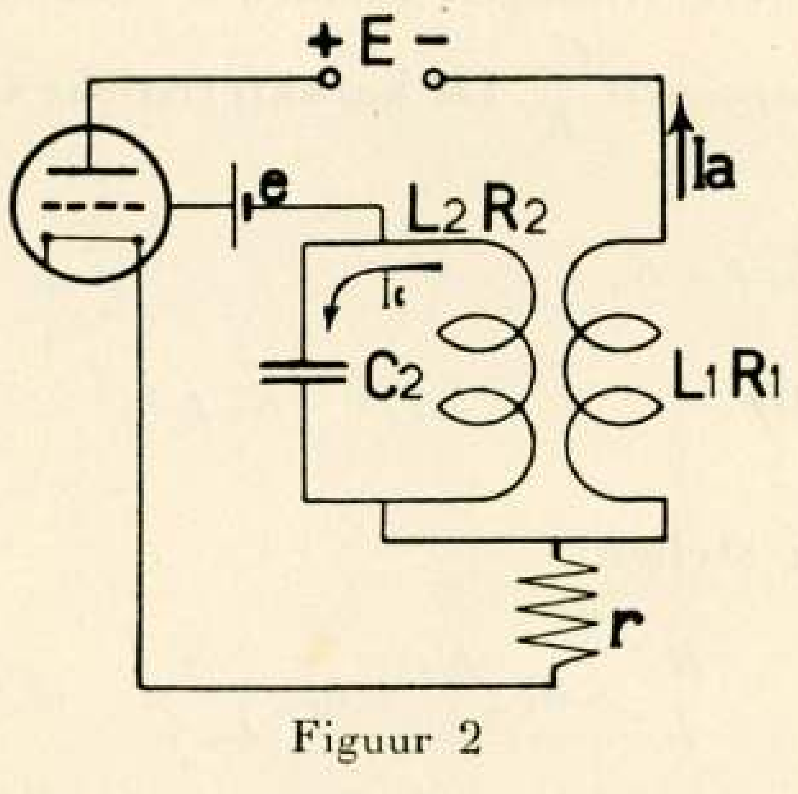
[2]) In de gebruikelijke machines is G^2 te verwaarloozen tegen $I s$, en ϱ tegen $\frac{\lambda G}{s}$ (waarbij $\bar{\omega} \ll \omega_2$ en $\delta_1 \omega_2^2 \ll h^3$).

schema van fig. 2. De roosterstroom verwaarloozend, hebben wij

$$\left\{\begin{aligned} &\varrho\, i_a = e_a + K e_g - E_o \\ &e_a = -r\, i_a - R_1\, i_a - L_1 \frac{d\, i_a}{d\, t} - M \frac{d\, i_c}{d\, t} + E \\ &e_g = -r\, i_a - R_2\, i_c - L_2 \frac{d\, i_c}{d\, t} - M \frac{d\, i_a}{d\, t} + e \\ &L_2 \frac{d\, i_c}{d\, t} + R_2\, i_c + \frac{q}{C_2} = -M \frac{d\, i_a}{d\, t} \end{aligned}\right. \tag{16}$$

waaruit door eliminatie van e_g en e_a volgt

$$\left\{\begin{aligned} &L \frac{d\, i_a}{d\, t} + (\varrho + r + R_1 + K r)\, i_a + M \frac{d\, i_c}{d\, t} - K \frac{q}{C_2} = E + K e - E_o \\ &M \frac{d\, i_a}{d\, t} \qquad\qquad + L_2 \frac{d\, i_c}{d\, t} + R_2\, i_c + \frac{q}{C_2} = o \end{aligned}\right. \tag{17}$$



Figuur 2

Er bestaat dus de mogelijkheid van een evenwichtstoestand $i_a = i_o,\ i_c = o$:

$$E + K e - E_o = (\varrho + r + R_1 + K r)\, i_o = R_1'\, i_o \tag{18}$$

Indien de roosterspanning constant was, zou men krijgen:

$$E + K e - E_o = (\varrho + r + R_1)\, i_o \tag{18 a}$$

Men heeft hier dus een regulatie van den anodestroom i_o, daar aangelegde spanning E variabel is (regulatie van zuiver theoretisch belang, wel te verstaan, wegens de hooge waarde van ϱ).

Noemen wij e, j en i de kleine variaties van E, i_a en i_c rond hun gemiddelde waarden; de vergelijkingen der kleine trillingen zijn dan:

$$\left\{\begin{array}{ll} L_1 \dfrac{dj}{dt} + R_1' j + M \dfrac{di}{dt} & - K \dfrac{q}{C_2} = 0 \\ M \dfrac{dj}{dt} & + L_2 \dfrac{di}{dt} + R_2 i + \dfrac{q}{C_2} = 0. \end{array}\right. \quad (19)$$

Duidelijk blijkt hieruit de analogie van dit systeem en van het systeem (8). De variabelen i_a, q, E komen overeen resp. met de variabelen ω, x, M van het mechanisch probleem en zijn evenals deze door de vergelijking van het karakteristieke vlak verbonden. De niet afgestemde plaatkring (L_1 R_1') komt overeen met de machine (I, ϱ); de roostertrillingskring (L_2 R_2 C_2) komt overeen met den regulateur (m r s). Deze beide kringen zijn door wederzijdsche inductie $\left(\text{termen } M\dfrac{di}{dt}, M\dfrac{dj}{dt}\right)$ gekoppeld en dank zij deze koppeling wordt de roosterspanning, welke overeenkomt met de opening van de schuif, in den gewenschten zin veranderd. De trillingen kunnen worden onderhouden dank zij de *eenzijdige capaciteit* $\dfrac{C_2}{K}$. De karakteristieke vergelijking is toch:

$$\begin{vmatrix} L_1 p + R_1' & M p^2 & -\dfrac{K}{C_2} \\ M p & & L_2 p^2 + R_2 p + \dfrac{1}{C_2} \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Wanneer wij stellen:

$$\begin{array}{l} \dfrac{R_1'}{L_1} = \delta_1 , \dfrac{R_2}{L_2} = \delta_2 , \dfrac{1}{L_2 C_2} = \omega_2^2 \\ \dfrac{M^2}{L_1 L_2} = \varepsilon^2 , \dfrac{K M}{L_1 L_2 C_2} = - h^2 , \end{array} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

wordt de vergelijking als volgt geschreven:

$$(1 - \varepsilon^2) p^3 + (\delta_1 + \delta_2) p^2 + (\omega_2^2 + \delta_1 \delta_2 - h^2) p + \delta_1 \omega_2^2 = 0 \quad (22)$$

Men vindt, evenals in § 4, dat de frequentie der kleine trillingen van het systeem zeer dicht ligt bij die van den roostertrillingskring en dat de conditie voor instandhouding is, dat M negatief is.

6) Bij vergelijking van (8) en (19) merkt men het volgende verschil tusschen beide systemen op. De koppeling van de machine en den regulateur is een gyroscopische. Deze soort

koppeling kan niet in een zuiver electrisch systeem voorkomen, daar men dan in de uitdrukking $2T$ de term $q_1 \dot{q}_k$ niet kan verkrijgen, tenminste niet op de gebruikelijke schaal. De rooster-anode-koppeling is in het schema van fig. 2 er een door inductie. Maar het is evengoed mogelijk, een dergelijke koppeling in de mechanica te verkrijgen en dat is wat men realiseert in de *traagheids-regulateurs of vliegwiel-regulateurs*. Voor deze is de uitdrukking voor de kinetische energie

$$2T = (a + 2bx + cx^2)\,\omega^2 + 2B\,\omega v + m v^2 \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

en de vergelijkingen der trillingen zijn:

$$\left\{\begin{aligned} & I\frac{d\omega_1}{dt} + \varrho\,\omega_1 + B\frac{dv_1}{dt} + G v_1 + \lambda x_1 = 0\,. \\ & B\frac{d\omega_1}{dt} - G\,\omega_1 + m\frac{dv_1}{dt} + r v_1 + s x_1 = 0\,. \end{aligned}\right. \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Men weet, dat het voordeel van dezen regulateur bestaat in de snellere werking in geval van verandering van het weerstandbiedend koppel, rekening houdende met de wrijvingskracht $\pm f$. Wanneer men veronderstelt, dat het weerstandbiedend koppel R_0 plotseling vanaf h daalt, dan werken de regulateurs van het eerste type, bepaald door de uitdrukkingen (2) na verloop van een tijd $t = \frac{fI}{hG}$ en op dat moment is de hoeksnelheid van de machine van ω_0 overgegaan naar $\omega_0 + \frac{f}{G}$. In een vliegwielregulateur heeft men op het moment, dat de huls zich verplaatst:

$$m\frac{dv_1}{dt} = -B\frac{d\omega_1}{dt} + G\,\omega_1 - f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

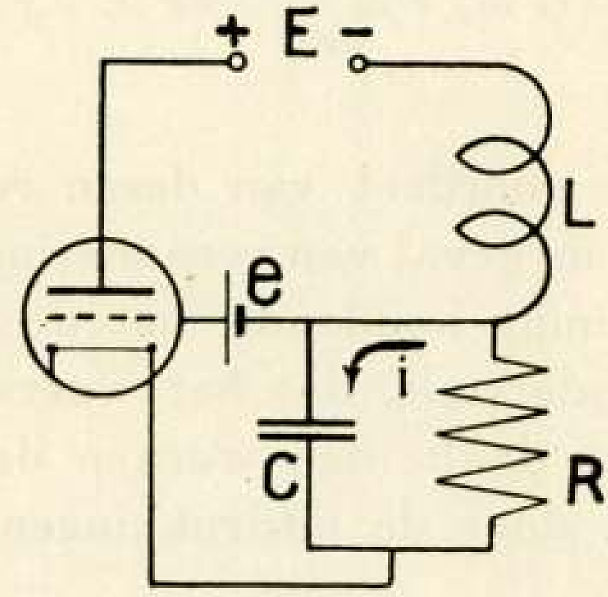
Wanneer dus B negatief is, verplaatst zich de huls, zoodra $\frac{d\omega_1}{dt}$ grooter wordt dan $\frac{f}{|B|}$, waarbij ω_1 nog nul is. Welnu, de eerste vergelijking geeft $\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{h}{I}$; de regulateur reageert dus *oogenblikkelijk* indien $h > \frac{fI}{|B|}$.

Aan dit resultaat kan men een algemeene opmerking van

P. Cayère [1]) vastknoopen, die heeft aangetoond, dat, teneinde de regulatie van een willekeurige variabele ω onder de gunstigste omstandigheden te bewerkstelligen, de regulatie-variabele direct moet afhangen niet alleen van de variaties van ω, maar tevens van die van de afgeleide $\frac{d\omega}{dt}$.

7) Men heeft een type snelheidsregulateur voorgesteld, waarin een rad, dat elastisch aan de drijfas is gekoppeld, ronddraait in een weerstandbiedende vloeistof. In een stationnairen toestand draait dit rad met dezelfde snelheid als het vliegwiel, dat aan de drijfas is vastgemaakt. In geval van verandering in de snelheid maakt men gebruik van de verandering van den relatieven stand van vliegwiel en hulprad om in te werken op de inlaat [2]).

De trillingen van dit systeem vinden hun analogon in die van



Figuur 3

de triode in de schakeling van fig. 3. Hun vergelijkingen zijn:

$$\left\{\begin{aligned} &L\frac{dj}{dt}+(\varrho+R)j+Ri-\frac{Kq}{C}=0 \\ &Rj+Ri+\frac{q}{C}=0 \end{aligned}\right. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

De karakteristieke vergelijking is

$$p^2+\left(\frac{\varrho}{L}+\frac{1}{CR}\right)p+\left(\frac{\varrho}{LCR}+\frac{K+1}{LC}\right)=0. \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

De wortels hebben steeds hun reëel deel negatief, en men

[1]) P. Cayère. Les régulateurs de vitesse des turbines hydrauliques. Revue „Arts et Métiers", sept. oct. 1927.

[2]) Poncelet, Cours de Mécanique appliquée aux machines.

kan geen ongedempte trillingen verkrijgen ondanks de aanwezigheid van de eenzijdige capaciteit $\frac{C}{K}$.

Het gebruik van een elastisch aan de drijfas gekoppeld wiel behoort tot dezelfde ideeëngang, als ook het toestel voor het dempen der trillingen van het toonrad, gebruikt door Rayleigh [1]).

8) Een direct continu regulateur-systeem van een willekeurige physische grootheid zou natuurlijk aanleiding geven tot analoge beschouwingen.

Nemen wij bijv. een thermostaat, welke een afgesloten ruimte, zich bevindende in een of andere middenstof van veranderlijke temperatuur Θ, op een zoo constant mogelijke temperatuur τ moet houden (een ruimte, waarin zich bijv. een piezo-electrisch kwartskristal bevindt).

Men heeft voorgesteld, in deze afgesloten ruimte een proeflichaam te plaatsen (een cylinder), welke door zijn verandering in lengte het vermogen van een warmtebron binnen de ruimte (Joulesche warmte b.v.) regelt.

De warmte dQ, welke gedurende een tijd dt door de warmtebron wordt geleverd, is gelijk aan de som van 1^0. de warmte $C d\Theta$ opgenomen door de ruimte; 2^0. de warmte $\Gamma d\alpha$ opgenomen door het proeflichaam, waarvan de temperatuur α is, 3^0. de warmte $S(\Theta-\tau)\,dt$, naar buiten door de afgesloten ruimte heen uitgestraald:

$$dQ = C\,d\Theta + \Gamma\,d\alpha + S(\Theta-\tau)\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

De warmte welke het proeflichaam ontvangt, is afkomstig van de lucht van de afgesloten ruimte:

$$\Gamma\,d\alpha = \Sigma(\Theta-\alpha)\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Tenslotte zijn de variaties van het vermogen van de warmtebron constructief een functie van de temperatuur van het proeflichaam; men heeft dus:

$$\frac{dQ}{dt} = f(\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Door eliminatie van dQ vindt men voor het systeem afgesloten ruimte — thermostaat de vergelijking

---

[1]) Rayleigh. Theory of Sound, Vol. I, p. 67.

$$\left\{\begin{array}{l} C\frac{d\Theta}{dt}+S\,\Theta+\Gamma\frac{d\,a}{d\,t}-f(a)=S\,\tau(t) \\ -\Sigma\,\Theta+\Gamma\frac{d\,a}{d\,t}+\Sigma\,a=o \end{array}\right. \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

Wanneer de uitwendige temperatuur τ_o constant is, kan er een stationnaire toestand zijn, waarbij $a_o=\Theta_o>\tau_o$, bepaald door

$$S(\Theta_o-\tau_o)=f(\Theta_o) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Wanneer men Θ_I en a_I de kleine afwijkingen van Θ, a en van dezen toestand van het stelsel noemt, en wanneer men $H=f'(\Theta_o)$ stelt, verkrijgt men

$$\left\{\begin{array}{l} C\frac{d\,\Theta_I}{d\,t}+S\,\Theta_I+\Gamma\frac{d\,a_I}{d\,t}-H\,a_I=o \\ -\Sigma\,\Theta_I+\Gamma\frac{d\,a_I}{d\,t}+\Sigma\,a_I=o \end{array}\right. \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

Men kan bijv. de temperaturen vergelijken met snelheden. Men ziet dan, dat het systeem is samengesteld uit een primair (C, S) (afgesloten ruimte) en een secondair (Γ, Σ) (proeflichaam) systeem, beide behept met traagheid en weerstand, en dat het systeem een eenzijdige traagheid Γ bezit. De karakteristieke vergelijking is

$$\begin{vmatrix} Cp+S & \Gamma p-H \\ -\Sigma & \Gamma p+\Sigma \end{vmatrix}=o \quad \ldots\ldots \quad (33)$$

De wortels van deze vergelijking zijn steeds reëel; men kan dus hier geen ongedempte trillingen hebben. Dit kon worden voorzien, daar het systeem in het geheel geen elasticiteit vertoont.

In ieder geval zou de stationnaire toestand onstabiel zijn, indien de vergelijking (33) een positieve wortel had; voor de stabiliteit is dus noodig:

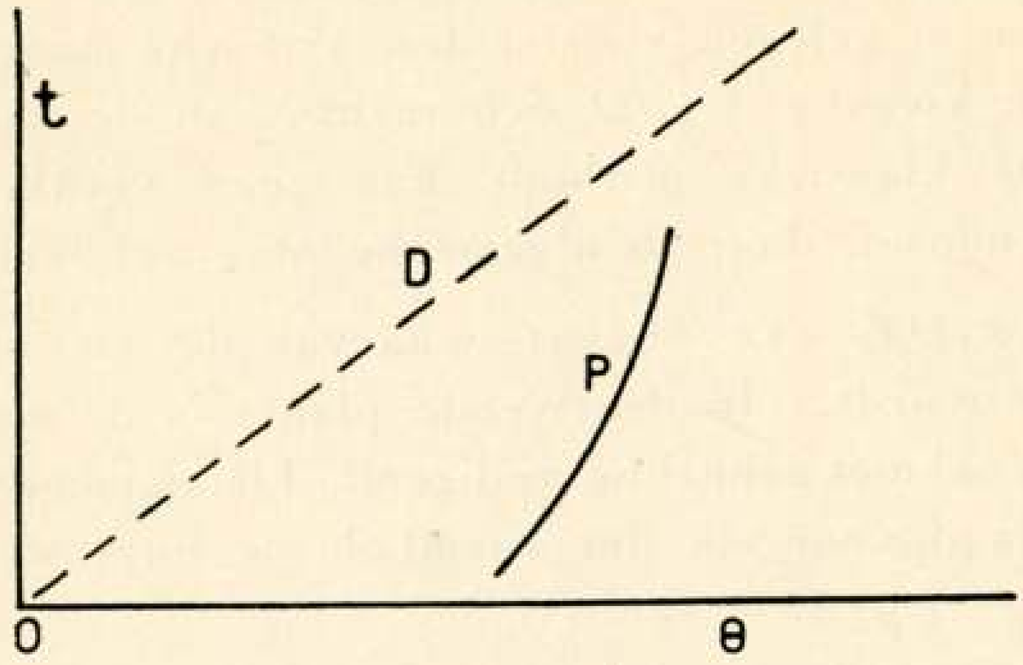
$$S-H>o \quad \text{of} \quad S>f'(\Theta) \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

Dit is ook inderdaad de voorwaarde, opdat de kromme van den stationnairen toestand (P) (fig. 4)

$$\tau=\Theta-\frac{f(\Theta)}{S} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31\text{ bis})$$

van links naar rechts stijgt. Teneinde regulatie te krijgen, is

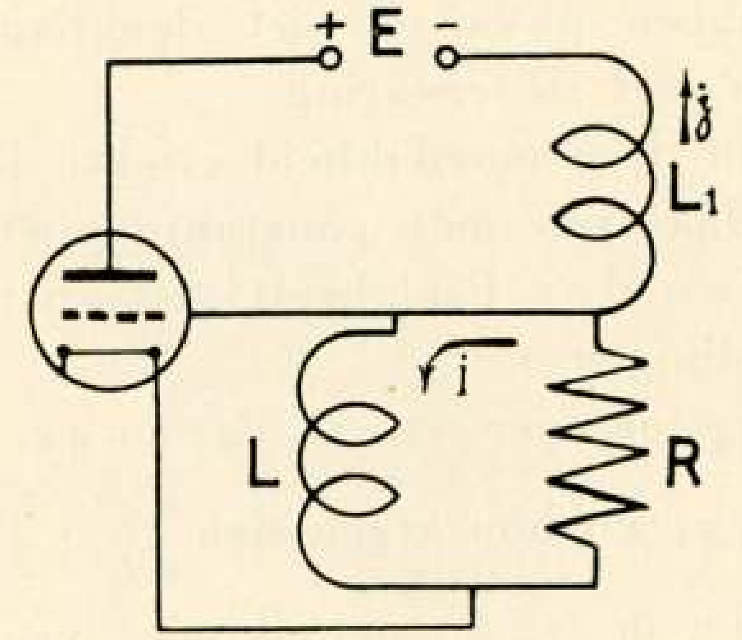
het bovendien noodzakelijk, dat de helling van deze kromme steiler is dan die van de rechte (D), overeenkomende met den stationnairen toestand zonder thermostaat $(t = \Theta)$. Hiervoor is het noodig, dat $f'(\Theta) < 0$, dwz. dat de door de warmtebron



Figuur 4

afgegeven warmtehoeveelheid $f(a)$ kleiner (grooter) wordt als de temperatuur hooger (lager) wordt.

De kleine veranderingen in het systeem zijn dezelfde als in de triode (fig. 5), waarvan de vergelijkingen zijn:



Figuur 5

$$L_1 \frac{dj}{dt} + (\varrho + R) j - K L \frac{di}{dt} + R i = 0$$

$$R j + L \frac{di}{dt} + R i = 0$$

en die, wel te verstaan, „niet trilt".

9) De methode der kleine trillingen, welke wij tot nu toe hebben gebruikt, kleven twee ernstige bezwaren aan: 1°. door te schrijven, dat de karakteristieke vergelijking de wortel $\Omega\sqrt{-1}$ heeft, plaatst men zich in de omstandigheid, dat tengevolge van

de continue verandering van een parameter μ van het systeem een paar complexe wortels van de karakteristieke vergelijking van links naar rechts de imaginaire as snijdt, dwz. in de grens-condities, waar de trillingen juist beginnen aan te loopen. Praktisch nu verkrijgt men den trillingstoestand voor waarden van den parameter μ, gelegen voorbij deze kritische waarde, waarbij de wortels in kwestie $\delta \pm i\Omega$ zich rechts van de imaginaire as bevinden. De klassieke methode kan geen verklaring geven van dit verschijnsel, daar de algemeene integraal, welke zij geeft, een term $A \cos(\Omega t + \varphi) e^{\delta t}$ bevat, waarvan de amplitude onbepaald grooter wordt. In de tweede plaats is de methode zelfs in het grensgeval niet geheel bevredigend. De algemeene integraal is dan inderdaad voor elk der variabele ω_1 en x_1 van den vorm $A \cos(\Omega t + \varphi) + B e^{-(\delta_1 + \delta_2) t}$.

Het stelsel nadert dus asymptotisch tot den stationnairen trillingstoestand

$$\omega_1 = A_1 \cos(\Omega t + \varphi_1) \qquad x_1 = A_2 \cos(\Omega t + \varphi_2) \quad . \quad . \quad (36)$$

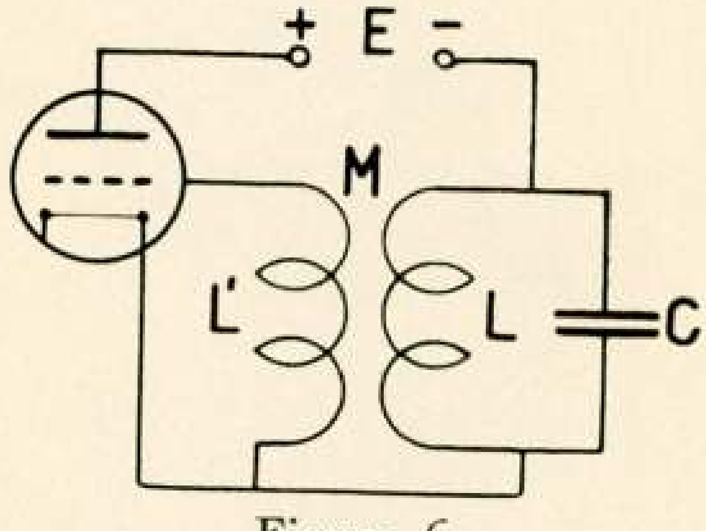
en men merkt op, dat de constanten A_1 en A_2, zijnde integratie-constanten, willekeurige waarden kunnen aannemen al naar de begincondities, hetgeen physisch niet denkbaar is en niet in overeenstemming is met de ervaring.

De oplossing van deze moeilijkheid eischt, dat men het gebied der lineaire vergelijkingen met constante coëfficiënten verlaat en dit is, wat Van der Pol heeft gedaan met het invoeren van de relaxatietrillingen [1]).

Het tweetal vergelijkingen van Lagrange, die het verband geven tusschen ω_1, x_1 en hun afgeleiden $\frac{d\,\omega_1}{d\,t}, \frac{d\,x_1}{d\,t}, \frac{d^2\,x_1}{d\,t^2}$, leveren de integraalkrommen in ω_1, x_1 met elk punt waarvan een waarde van den tijd correspondeert en welke de algemeene oplossing van het probleem is. Men kan zich deze integraalkrommen voorstellen, afgebeeld op het karakteristieke vlak $M_1 = f(\omega_1, x_1)$. Bij de methode der kleine trillingen wordt de stationnaire toestand voorgesteld door de ellipsen (36) en, daar het karakteristiek vlak samenvalt met het raakvlak $M_1 = -\varrho\,\omega_1 - \lambda\,x_1$, zijn de krommen op het vlak $(M_1\ \omega_1\ x_1)$, welke den stationnairen toestand uitbeelden, ook ellipsen.

[1]) B. v. d. Pol: Relaxatie-trillingen. Tijdschrift v. h. Ned. Radio Genootschap 3, 25 (1926), 3, 94, (1927). On Relaxation Oscillations, Phil. Mag. II, p. 978, (1926).

Van der Pol heeft de karakteristieke vergelijking van de triode opgeschreven tot en met de termen van den derden graad. Hieruit vloeit voort, dat, waar de vergelijkingen van Lagrange niet meer lineair zijn, de stationnaire toestand overeenkomt met een gesloten nauwkeurig bepaalde integraalkromme, waaromheen zich op onbepaalde wijze de naburige integraalkrommen bewegen. Wanneer men de parameter μ van het systeem varieert, beginnen de trillingen bij een waarde μ_1 van dezen parameter aan te loopen. Op dat moment is de gesloten integraalkromme zeer klein en omvat slechts een zeer gering gedeelte van het karakteristieke vlak, zeer nabij het raakvlak. De trillingen verschillen dus als functie van den tijd zeer weinig van den sinusoïdalen vorm, welke de vergelijkingen der kleine trillingen geven. Bij elke waarde van μ behoort een gesloten integraalkromme, welke met μ grooter wordt en zich tenslotte meer en meer op het karakteristieke vlak vervormt. Tegelijk dus, dat



Figuur 6

de trillingen zich meer en meer vervormen, verkrijgen ze een grootere amplitude. Hun periode ondergaat eveneens een continue verandering.

Evenals in de mechanica tracht men trillingen met lange periode te vermijden; men treft ze in het algemeen slechts aan onder condities, welke dicht bij die van het aanloopen liggen, en dientengevolge zijn ze vrijwel sinusoïdaal.

Men merke op, dat Van der Pol voor zijn studie een dusdanig schema (fig. 6) heeft gekozen, dat het correspondeerend systeem slechts van de tweede orde is (het systeem machine-regulateur is, zooals wij reeds zagen, minstens van de derde orde). Het bestaan van één enkele gesloten integraalkromme komt dan voort uit het werk van H. Poincaré [1]).

---

[1]) Zie voor deze kwestie de volgende verhandelingen:

H. Poincaré. Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (1881). Oeuvres, T. I, p. 3.

De ervaring geeft recht tot het vermoeden, dat zich analoge omstandigheden moeten voordoen bij elken stationnairen trillingstoestand van dit type, onverschillig van welke orde het systeem is, ofschoon de mathematische moeilijkheden, welke zich bij de studie daarvan voordoen, ongetwijfeld zeer groot zijn.

A. Liénard. Etude des oscillations entretenues. R. G. E. 23. 901, 946, (1928). Sur les oscillations auto-entretenues. III[e] Congrès de Mécanique appliquée, Stockholm 1930.

A. Andronow. Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues. Comptes-rendus. 189. 559 (1929).

A. Andronow and A. Witt. Zur Theorie des Mitnehmens von Van der Pol. Archiv für Elektrotechnik, XXIV, 99, (1930).

EEN STATISTISCHE THEORIE OVER SNELLE FADING
(II)

door

H. J. DE BOER

Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips Gloeilampenfabrieken Eindhoven (Holland)

Inleiding.

In een vorig artikel over ditzelfde onderwerp [1]) hadden we, om de grootte van de fading eenigermate te verklaren, in onze berekeningen ingevoerd *phasevariatie* en *amplitudevariatie.*

1. *Phasevariatie* is het volgende: twee stralen, die een verschillende weg hebben afgelegd, komen aan met een verschil in phase. Verandert één van beide of beide stralen hun weg eenigszins, dan zal het phaseverschil een andere waarde aannemen. Zoo kan het phaseverschil tusschen 0° en 360° gelijkelijk variëeren.

2. Ook de *amplitudes* van de electromagnetische golven zullen in grootte voortdurend veranderen door absorptie. Volgt de straal een eenigszins andere weg tengevolge van veranderingen in de *Kennelly-Heaviside*laag, dan zal de absorptie veranderen en dus de amplitude evenzeer. Dit is amplitudevariatie.

3. Onder invloed van het aardmagnetisme zal het polarisatievlak draaien. Vooral tijdens zonsondergang wordt die draaiïng merkbaar [2]). De stralen komen dan aan op de antenne telkens met verschillende stand van polarisatievlak. Deze oorzaak van fading, die in de vorige publicatie nog niet berekend was, zullen we thans eveneens in onze berekeningen invoeren.

Voor de amplitudevariatie nemen we het volgende nog aan. De grootste amplitude wordt één genoemd en verder nemen

[1]) H. J. de Boer, Tijdschrift Ned. Radiogenootschap Dl. V No. 1 pag. 1.

[2]) T. Parkinson, Proc. I. R. E. Vol. 17 No. 6, 1929, p. 1057.

we aan, dat ze willekeurig met evengroote kans alle waarden tusschen 0 en 1 doorloopt. De mate van de fading wordt dan numeriek uitgedrukt door de *„procentueele strooiïng"*. De procentueele strooiïng is, zooals we reeds zagen:

$$\frac{\overline{v^2} - \overline{v}^2}{\overline{v^2}}, \text{ als } v = |v(t)|$$

I. De draaiïng van het polarisatievlak stellen we ons als een continu proces voor. Laat één aankomende straal met amplitude E een hoek α maken met een rechte antenne, die klein is t.o.v. de golflengte. Als gevolg van de draaiïng van het polarisatievlak kan deze hoek α alle waarden aannemen tusschen 0 en $\pi/2$, daar we hier slechts met de modulus te maken hebben.

Bezien we thans de procentueele strooiïng van de E. M. K. in de antenne tengevolge van de genoemde draaiïng van het polarisatievlak bij 1 straal. De resultante r van de straal, die op de antenne aankomt is $E \cos \alpha$

$$\overline{r^2} = E^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha \frac{2\, d\alpha}{\pi} = \frac{1}{2} E^2$$

en de gemiddelde waarde in het kwadraat

$$\overline{r}^2 = \left(E \int_0^{\pi/2} \cos \alpha \frac{2\, d\alpha}{\pi} \right)^2 = \frac{4}{\pi^2} E^2$$

De procentueele strooiïng aan één straal te danken wordt derhalve:

$$\frac{\overline{v^2} - \overline{v}^2}{\overline{v^2}} = \frac{\frac{1}{2} E^2 - \frac{4}{\pi^2} E^2}{\frac{1}{2} E^2} = 0{,}190$$

Twee stralen, beide met amplitude E, maken door draaiïng van hun polarisatievlak respectievelijk een hoek α en een hoek β met de antenne, terwijl hun phaseverschil Θ bedraagt. α en β worden gelijkelijk verdeeld gedacht tusschen 0 en $\pi/2$. Θ loopt natuurlijk van 0 tot π. De resultante r voor die beide stralen

wordt in de genoemde grootheden uitgedrukt door de betrekking:

$$r^2 = E^2 \cos^2 \alpha + E^2 \cos^2 \beta - 2\, E^2 \cos \alpha \cos \beta \cos \Theta$$

De gemiddelde kwadraatwaarde hiervan is gemakkelijk te berekenen:

$$\overline{r^2} = E^2 \int_0^{\pi}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \left\{ (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta) \right. \frac{d\,\Theta}{\pi} \cdot \frac{2\,d\,\alpha}{\pi} \cdot \frac{2\,d\,\beta}{\pi} =$$

$$= \frac{8}{\pi^3} E^2 \int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \left\{ (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 4 \cos \alpha \cos \beta \sin^2 \varphi \right\} d\,\varphi \,.\, d\,\alpha \,.\, d\,\beta = 1$$

De gemiddelde waarde van de resultante r wordt:

$$\overline{r} = E \int_0^{\pi}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta} \cdot \frac{d\,\Theta}{\pi} \cdot \frac{2\,d\,\alpha}{\pi} \cdot \frac{2\,d\,\beta}{\pi} =$$

$$= \frac{8}{\pi^3} \int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \sqrt{(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 4 \cos \alpha \cos \beta \sin^2 \varphi} \,.\, d\,\varphi \,.\, d\,\alpha \,.\, d\,\beta = 0{,}899$$

Deze laatste waarde is grafisch bepaald.

Nu krijgen we een procentueele strooiïng van $1 - (0{,}899)^2 = 0{,}191$. Voor het geval van m stralen ($m >> 1$) komen we tot een resultaat als volgt. Lord Rayleigh heeft aangetoond [1]), dat de waarschijnlijkheid van r over m vectoren met amplitude E van toevallige phase tusschen r en $r + d\,r$ is:

$$\frac{2}{m\,E^2}\, e^{-\frac{r^2}{m\,E^2}}\, r\,d\,r\,.$$

Nu is de variatie in polarisatievlak feitelijk niets anders dan een amplitudevariatie, waarbij de amplitudes elk apart varieeren. Aan welke verdeelingswet de amplitudes onderworpen zijn, weten we niet. Dit feit doet niets aan ons geval af; noem de verdeeling $f(E)$ tusschen de grenzen a en b. Zoo krijgt men de verdeelingswet:

---

[1]) Lord Rayleigh, Scientific Papers I art. 68.

$$\frac{2}{m\int_a^b E^2 f(E)\, dE}\, e^{-\frac{r^2}{m\int_a^b E^2 f(E)\, dE}}\, r\, dr.$$

Deze wet is geheel dezelfde als de hier bovengenoemde. De procentueele strooiïng hiermee berekend, levert dus ook hetzelfde op nl. 21,5 %.

Deze berekende strooiïngen verschillen onderling weinig, zoodat voor 3, 4 en meer stralen de procentueele strooiïng zeer waarschijnlijk geen discontinuïteiten vertoonen zal. Dit blijkt ook uit de berekening voor phasevariatie alleen [1]).

II. Thans voeren we ook amplitudevariatie in en wel zoodanig, dat voor meerdere stralen de amplitudes tegelijk variëeren tusschen 0 en 1. De resultante voor 1 straal is $r = E \cos \alpha$.

De gemiddelde kwadraatwaarde wordt dan aldus berekend:

$$\overline{r^2} = \int_0^1 E^2\, dE \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha \frac{2\, d\alpha}{\pi} = \frac{1}{6}$$

De gemiddelde amplitude in het kwadraat geeft

$$\overline{r}^2 = \left(\int_0^1 \int_0^{\pi/2} E \cos \alpha \,.\, dE \cdot \frac{2\, d\alpha}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{\pi^2}$$

De procentueele strooiïng levert ons:

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2}}{\frac{1}{6}} = 0{,}386$$

De resultante van twee stralen onder dezelfde condities als onder I wordt weer uitgedrukt als volgt:

$$r^2 = E^2 \cos^2 \alpha + E^2 \cos^2 \beta - 2\, E^2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta$$

De gemiddelde kwadraatwaarde wordt dan:

[1]) H. J. de Boer, l. c.

$$\overline{r^2} = \int_0^1 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} E^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta) \, d E \cdot \frac{d \Theta}{\pi} \cdot \frac{2 \, d \alpha}{\pi} \cdot \frac{2 \, d \beta}{\pi} =$$

$$= \frac{8}{\pi^3} \int_0^1 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \left\{ E^2 \left[(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 4 \cos \alpha \cos \beta \sin^2 \varphi \right] \right\} d E \, . \, d \varphi \, . \, d \alpha \, . \, d \beta = \frac{1}{3}$$

De gemiddelde waarde van de resultante r geeft ons:

$$\overline{r} = \int_0^1 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} E \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \Theta \alpha \cos \beta} \, . \, d E \cdot \frac{d \Theta}{\pi} \cdot \frac{2 \, d \alpha}{\pi} \cdot \frac{2 \, d \beta}{\pi} =$$

$$= \frac{4}{\pi^3} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 4 \cos \alpha \cos \beta \sin^2 \varphi} \, . \, d \varphi \, . \, d \alpha \, . \, d \beta = 0{,}45$$

De procentueele strooiïng is nu dus:

$$\frac{\frac{1}{3} - (0.45)^2}{\frac{1}{3}} = 0{,}392$$

Voor m invallende stralen ($m >> 1$) kunnen we juist als in I direct gebruik maken van de verdeelingswet:

$$\frac{2}{m} e^{-\frac{r^2}{m}} r \, dr$$

Dan is

$$\overline{r^2} = \int_0^1 E^2 \, d E \int_0^{\infty} \frac{2}{m} e^{-\frac{r^2}{m}} r^3 \, dr = \frac{1}{3} m$$

en

$$\overline{r} = \int_0^1 E \, d E \int_0^{\infty} \frac{2}{m} e^{-\frac{r^2}{m}} r^2 \, dr = \frac{1}{4} \sqrt{m \pi}$$

Dus de procentueele strooiïng levert ons:

$$\frac{\frac{1}{3}m - \left(\frac{1}{4}\sqrt{m\pi}\right)^2}{\frac{1}{3}m} = 0{,}41$$

Ook is hier het verschil in de strooiïngen gering. Analoog aan vorige berekeningen zullen zich voor deze theoretische kromme wel geen maxima voordoen tusschen 2 en ∞.

III. Nu moet tenslotte het algemeene geval bekeken worden met phasevariatie, amplitudevariatie, terwijl de amplitudes elk apart varieeren, en met variatie van het polarisatievlak. Voor 1 invallende straal is de resultante $r = E \cos \alpha$. De gemiddelde kwadraatwaarde wordt voor dit geval:

$$\overline{r^2} = \int_0^1 \int_0^{\pi/2} E^2 \cos^2 \alpha \,.\, d E \,.\, \frac{2\, d\alpha}{\pi} = \frac{1}{6}$$

De gemiddelde waarde geeft tot resultaat:

$$\overline{r} = \int_0^1 \int_0^{\pi/2} E \cos \alpha \,.\, d E \,.\, \frac{2\, d\alpha}{\pi} = \frac{1}{\pi}$$

Dus de procentueele strooiïng levert ons weer:

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2}}{\frac{1}{6}} = 0{,}386$$

De resultante r van twee invallende stralen met amplitude E_1 en E_2, wier polarisatievlakken hoeken met de antenne maken van α en van β terwijl het phaseverschil Θ bedraagt, wordt uitgedrukt door de relatie:

$$r^2 = E_1^2 \cos^2 \alpha + E_2^2 \cos^2 \beta - 2\, E_1\, E_2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta$$

De gemiddelde kwadraatamplitude is dan:

$$\overline{r^2} = \int_0^1 d E_1 \int_0^1 d E_2 \int_0^{\pi} \frac{d\,\Theta}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{2\, d\alpha}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{2\, d\beta}{\pi} (E_1^2 \cos^2 \alpha +$$

$$+ E_2^2 \cos^2 \beta - 2\, E_1\, E_2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{\pi^3} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \left\{ (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 4 \cos \alpha \cos \beta \sin^2 \varphi \right\} d\varphi \, . \, d\alpha \, . \, d\beta = \frac{1}{3}$$

De gemiddelde amplitude levert:

$$= \int_0^1 dE_1 \int_0^1 dE_2 \int_0^{\pi} \frac{d\Theta}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{2\,d\alpha}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{2\,d\beta}{\pi} \sqrt{E_1^2 \cos^2 \alpha + E_2^2 \cos^2 \beta - 2 E_1 E_2 \cos \Theta \cos \alpha \cos \beta}$$

Deze integraal hebben we niet kunnen oplossen. Het geval van twee invallende stralen levert een procentueele strooiïng van 0,22 , als $\alpha = \beta = 0$ is. We zouden ons kunnen voorstellen, dat ook thans de procentueele strooiïng een bedrag van ongeveer 0,22 zal geven. Te meer nog, daar straks zal blijken dat m invallende stralen $(m \gg 1)$ een strooiïng van 0,215 zal aanwijzen. Dan verloopt dit geval geheel analoog aan dat, waar de draaiïng van het polarisatievlak niet in verwerkt is. Een bewijs is dit allerminst, men zie er slechts in een plausibel maken van het bedrag, dat er naar onze meening met eenige waarschijnlijkheid uit zal komen.

Thans moeten we nog het geval bezien van m invallende stralen $(m \gg 1)$. Evenals vroeger brengt ook hier een redeneering ons het resultaat. Beschouw de draaiïng van het polarisatievlak weer als een amplitudevariatie met een verdeelingswet b.v. $f_1(E)$. Daar komt nog bij onze oude amplitudevariatie b.v. $f_2(E)$. De som van de kansen kan dan altijd uitgedrukt worden in een verdeelingswet, zeg $F(E)$ tusschen de grenzen p en q. Daarmee hebben we nu in zijn geheel de frequentiewet die we zochten:

$$\frac{2}{m \int_p^q E^2 F(E)\, dE} \, e^{-\frac{r^2}{m \int_p^q E^2 F(E)\, dE}} \, r\, dr \, .$$

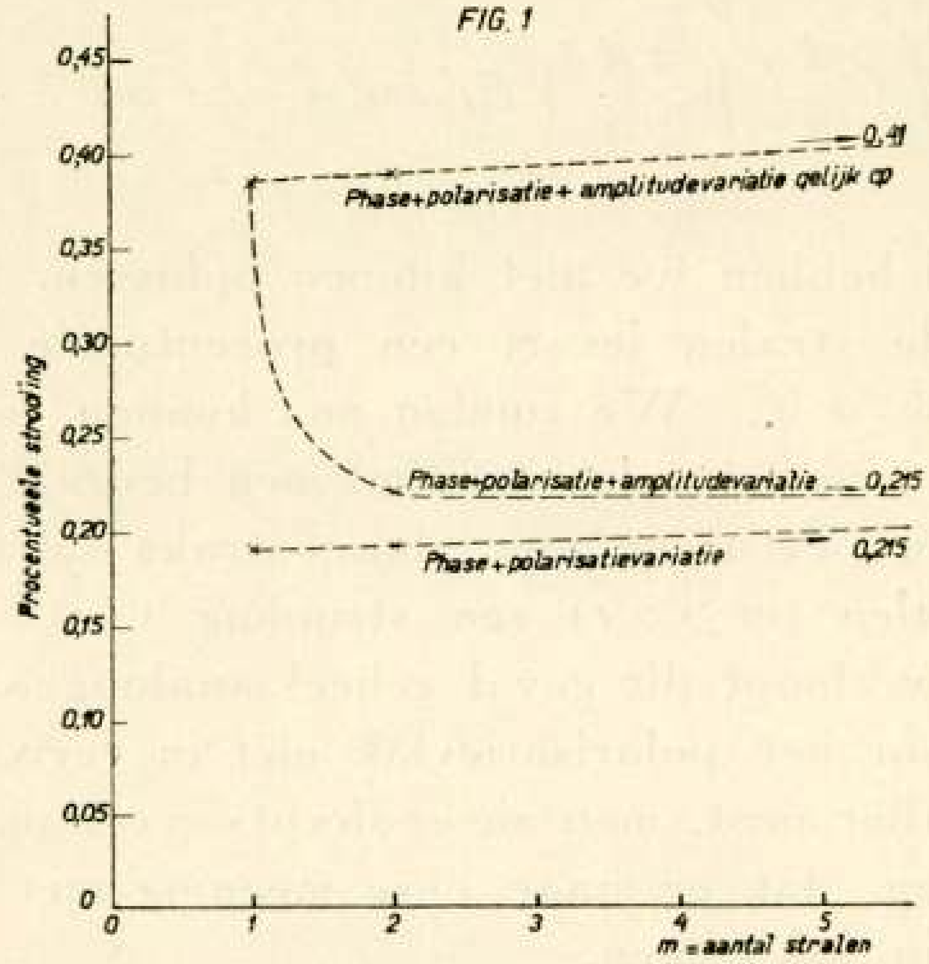
Deze levert ons zooals bekend is een procentueele strooiïng van 0,215.

In fig. 1 zien we de drie theoretische krommen.

IV. Eenige *metingen* over dit onderwerp werden verricht. De verticale ontvangantenne had een lengte van 8 m., terwijl

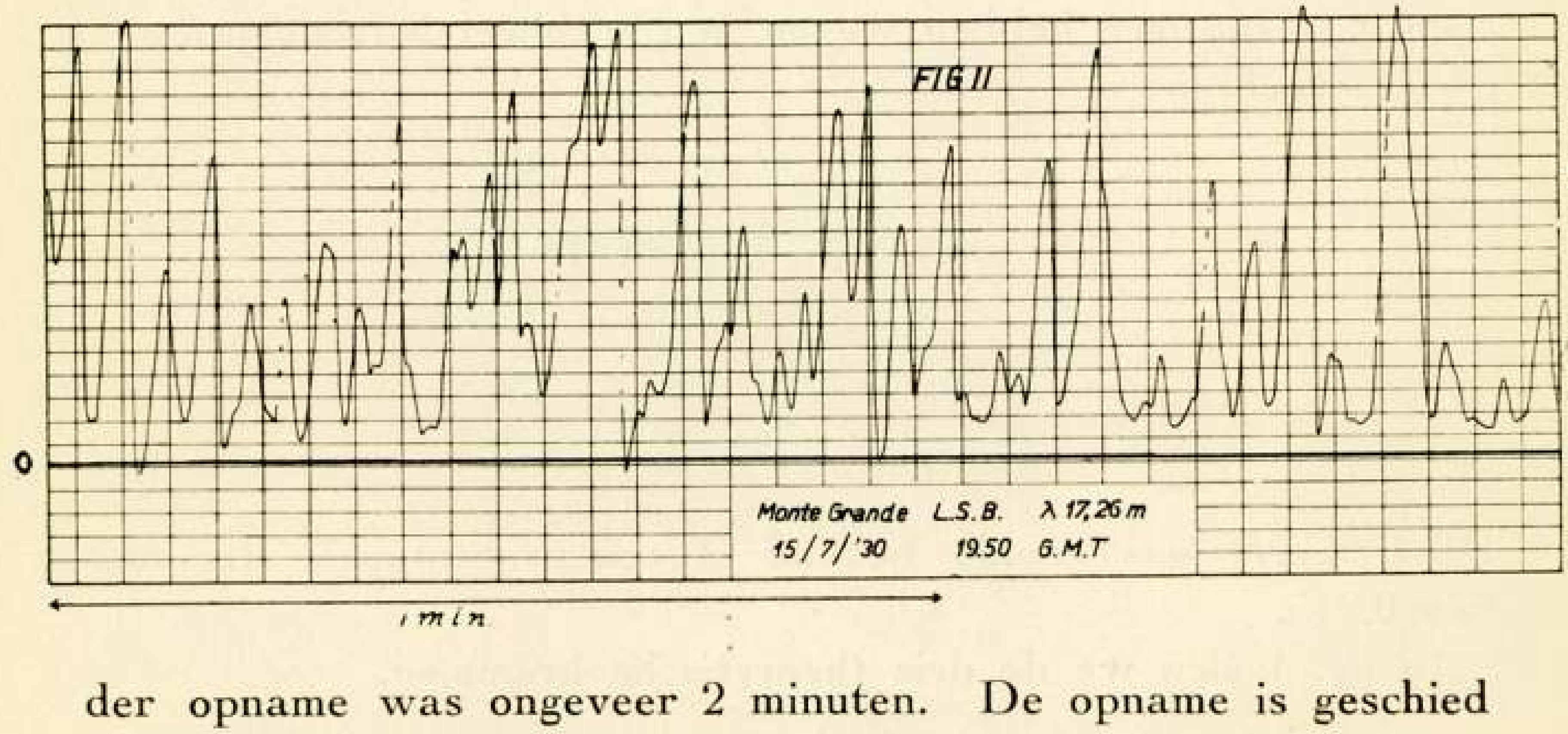
de ontvangst zelf geschiedde met een superheterodyne. De audiofrequente output detecteerden we met een detectiemethode, die een zoo goed mogelijk lineair verloop had. In de anodekring van de detector stond een zelfregistreerende milliampèremeter. Eerst is een ijkkromme gemaakt van de output van de opstelling

FIG. 1



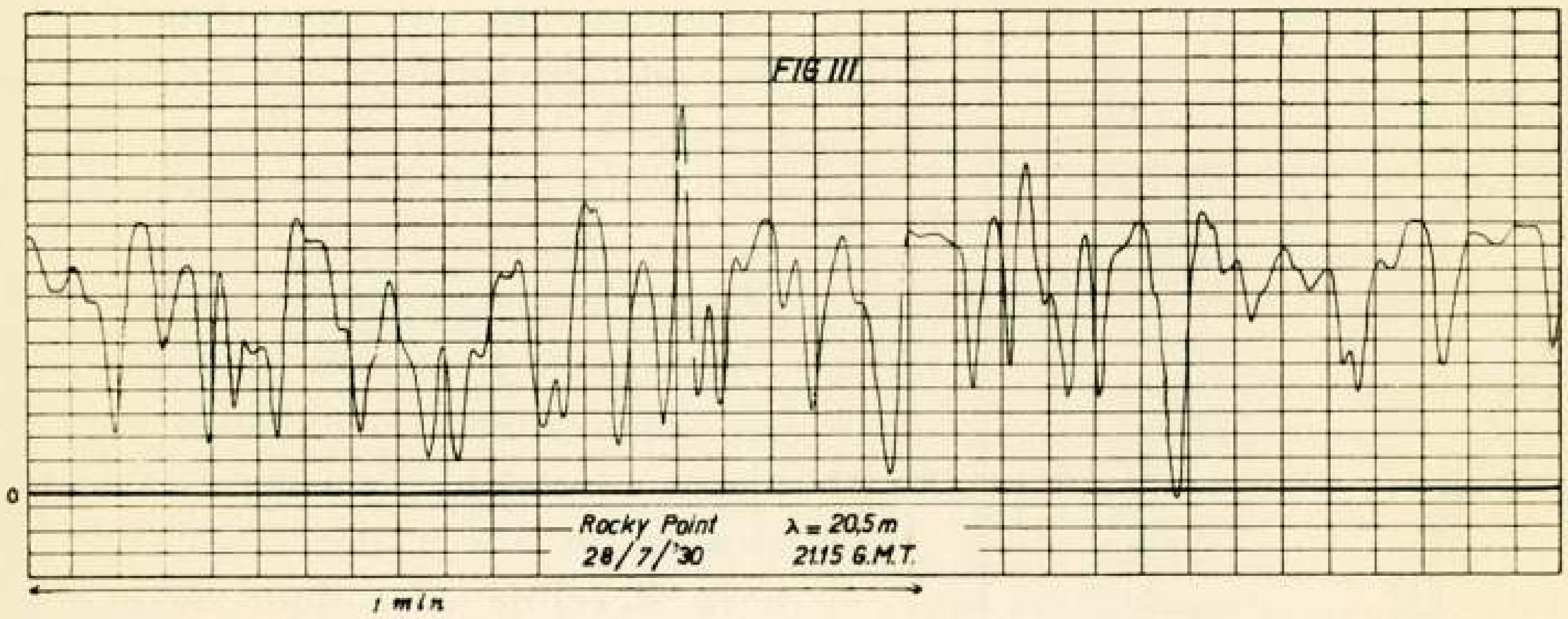
als functie van de veldsterkte. Met deze ijkkromme werden de opgenomen fadingkurven uitgemeten. Van deze fadingkrommen is $\overline{v^2}$ en $\overline{v}$ bepaald, zoodat de procentueele strooïing gemakkelijk berekend kon worden.

Fig. 2 geeft een opname te Eindhoven van het telefonie-station *L. S. B.* te *Monte Grande* bij *Buenos Aires*, ($\lambda = 17{,}26$ *m.*). Duur



der opname was ongeveer 2 minuten. De opname is geschied 19.50 G. M. T. 15-7-1930. De procentueele strooïng bleek 46 % te bedragen.

Fig. 3 toont een Amerikaansch telephoniestation te *Rocky Point N. Y.* (*λ = 20,5 m.*). De strooiïng van de opname, die genomen is 28-7-'30 21.15 G. M. T. bedraagt 22,3 %.



Een opname van hetzelfde station ongeveer op dezelfde tijd maar een dag later nl. 21.00 G. M. T. 29-7-1930, leverde ons een proc. strooiïng van 43,8 %. Fig. 4 geeft deze opname weer.

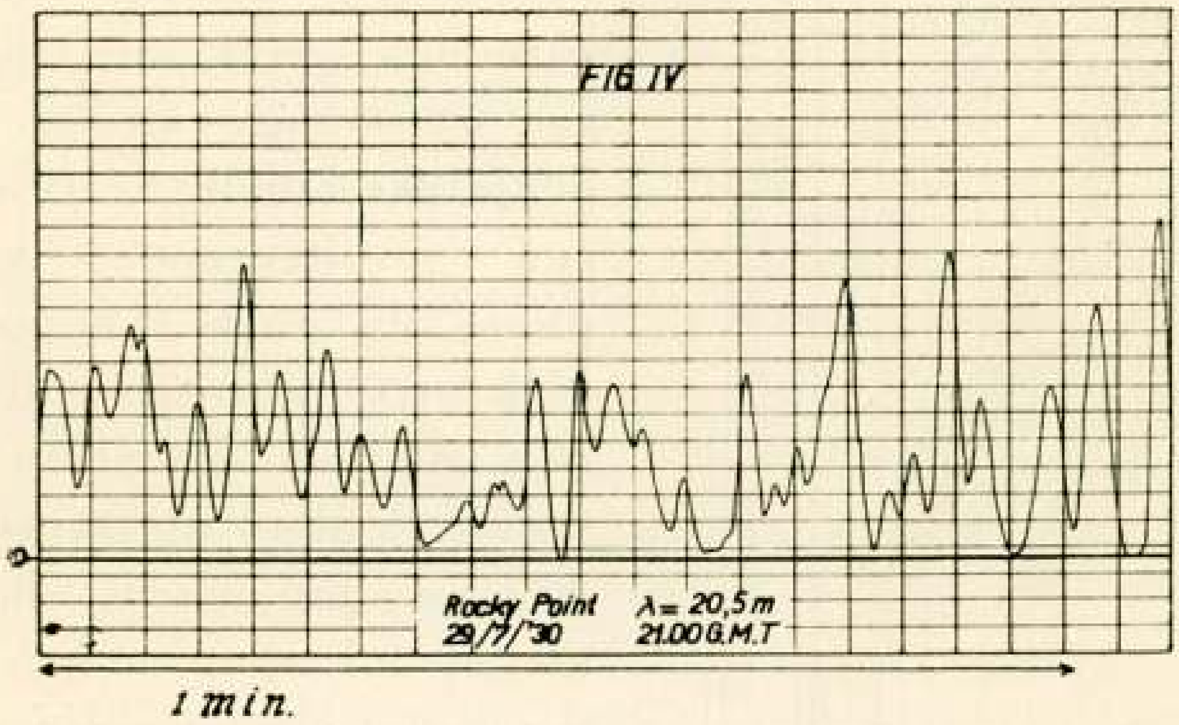
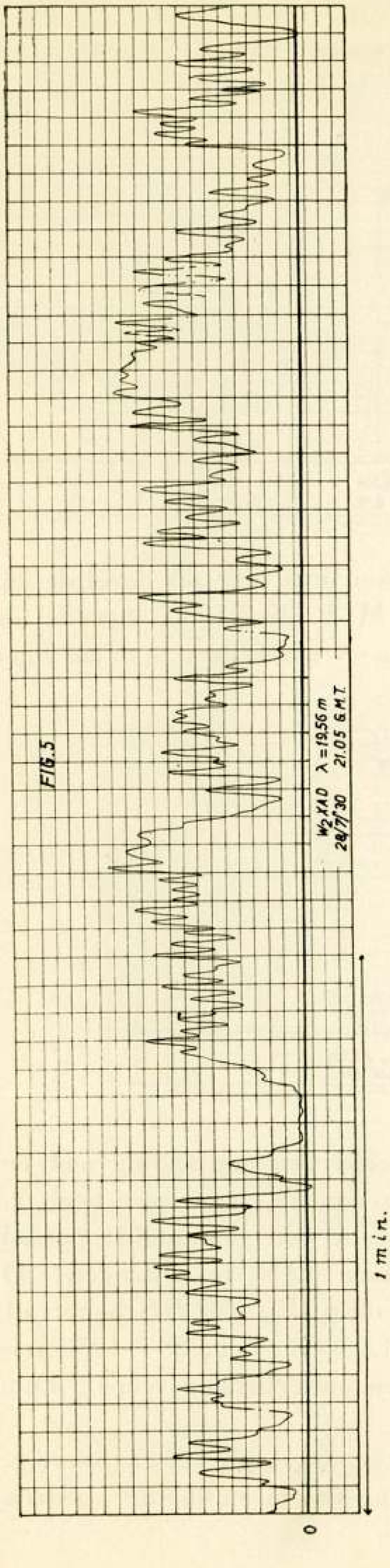


Fig. 5 geeft nog een aardig beeld van een fading met een periode varieerend van 30 tot 35 seconden, waarover heen gesuperponeerd een snellere fading met een gemiddelde periode van 1,5 sec. De proc.str. bleek hier 22 % te bedragen. De opname is van het broadcasting station *W 2 X A D* Schenectady N. Y. (*λ = 19,56 m.*), opgenomen 21,05 G. M. T. 28-7-1930 juist toen het programma een 10 minuten onderbroken werd. Duur der opname was 3 minuten.

In het geheel zijn 9 opnamen uitgemeten, en telkens werd gevonden dat de procentueele strooiïng òf om en bij 45 % bedroeg òf in de buurt van 23 % lag.



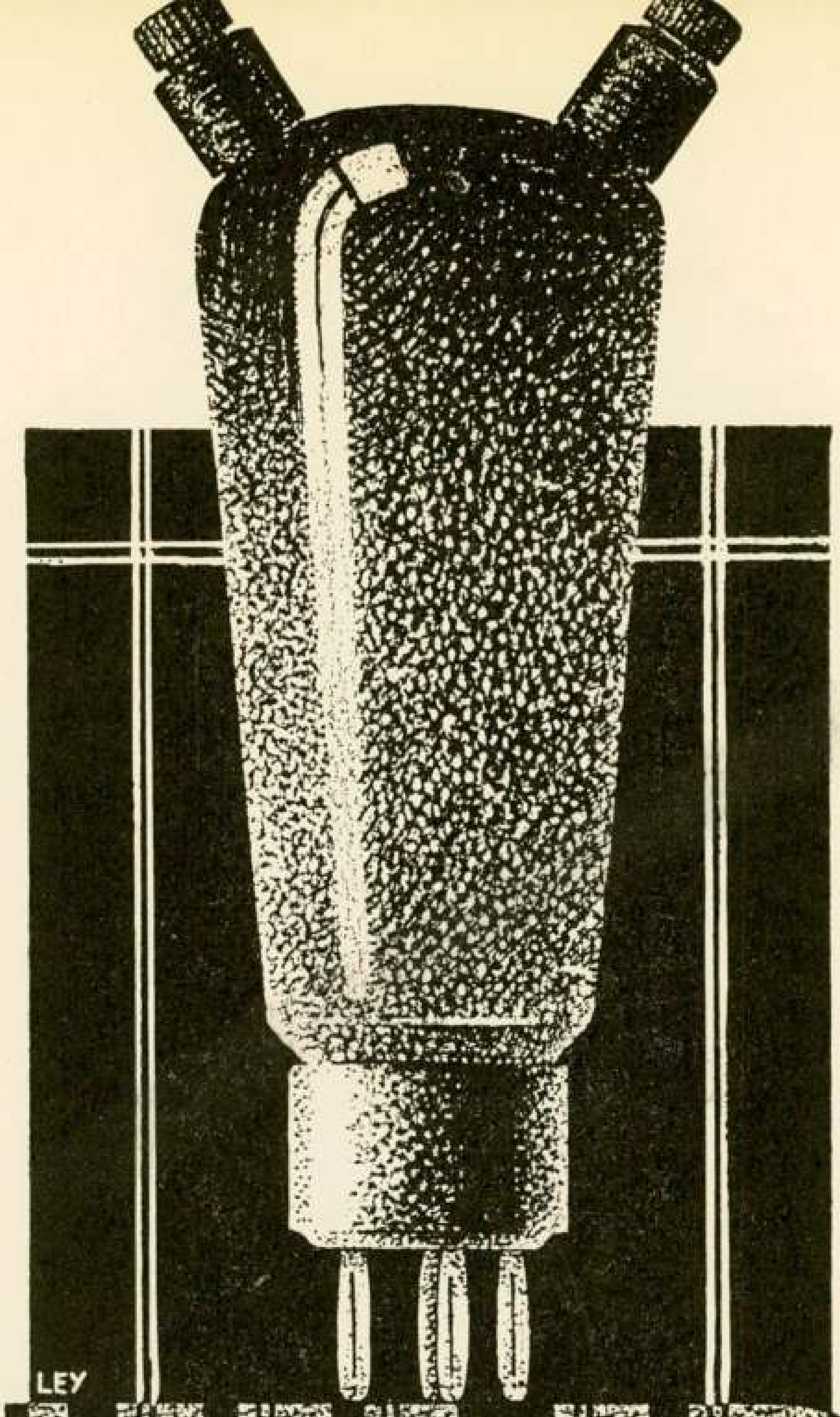
De physische verklaring hiervan zou de volgende kunnen zijn. De draaiïng van het polarisatievlak doet aan de diepte van de fading weinig af, waarschijnlijk wel aan de snelheid, die we niet in onze beschouwing hebben opgenomen; want de percentages van de strooiïng hebben dezelfde grootte overdag en des nachts. Theoretisch blijkt dit ook, als we één invallende straal opvatten als een bundel van *m* invallende stralen ($m >> 1$), die alle nagenoeg dezelfde weg door de atmosfeer hebben afgelegd. Phasevariatie en amplitudevariatie, terwijl de amplitudes tegelijk varieeren tusschen 0 en 1, met of zonder variatie van polarisatievlak geeft ons theoretisch een strooiïng van 41 %. Een dergelijke bundel heeft natuurlijk een resulteerende amplitude, phase en hoek van polarisatievlak met de antenne, die we dus ook kunnen opvatten als één straal. Vallen nu meerdere bundels in, dan wordt elke bundel als straal aangenomen. Indien we met twee of meer invallende bundels te doen hebben, dan bedraagt theoretisch de procentueele strooiïng ongeveer 22 %. De bundels moeten natuurlijk wel alle een intensiteit hebben van dezelfde grootteorde. Het was ons echter onmogelijk na te gaan met hoeveel stralen we telkens te doen hadden.

De overgang tusschen één en twee of meer bundels schijnt wel

snel te gaan over het algemeen. Want juist in dat overgangsgebied zouden we alle mogelijke strooiïngen kunnen verwachten, terwijl we tot nu toe slechts bedragen vonden uit die twee groote groepen.

Dikwijls ook valt de sterkte van een ontvangen station plotseling zeer sterk af. Zoo hebben we b.v. ook een opname gemaakt van een telefoniezender op 16,33 m. golflengte, waarvan de sterkte in ongeveer 3 minuten tijds van R_8 terugviel op R_2 zonder ook maar eenigszins zich later boven deze sterkte te verheffen. Deze snelle overgangen hebben dikwijls plaats.

Eindhoven, 21 November 1930.



PHILIPS

zendlampen

onderscheiden zich door:

1° hooge steilheid der anodestroomkarakteristieken waardoor een hoog rendement verkregen kan worden

2° soliede constructie van alle onderdeelen zoodat een tijdelijke overbelasting niet schaadt

3° genereeren tot 4 M golflengte

HET RECIPROCITEITSTHEOREMA IN DE ELECTRICITEIT

door

J. W. ALEXANDER
Natuurkundig Laboratorium der
N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken

Het reciprociteitstheorema in de electriciteit is reeds meerdere malen uitgesproken [1]). Voor de eerste maal is het in 1866 geformuleerd door Von Helmholtz [2]) in den volgenden vorm.

„Ein Lichtstrahl gelange von dem Punkte A nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen u. s. w. nach dem Punkte B. In A lege man durch seine Richtung zwei beliebige, aufeinander senkrechte Ebenen a_1 und a_2, nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei eben solche Ebenen b_1 und b_2 werden durch den Strahl in B gelegt. Alsdann läszt sich folgendes beweisen: Wenn die Quantität I nach der Ebene a_1 polarisierten Lichts von A in der Richtung des besprochenen Strahls ausgeht, und davon die Quantität K nach der Ebene b_1 polarisierten Lichts in B ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität I nach b_1 polarisierten Lichts von B ausgeht, dieselbe Quantität K nach a_1 polarisierten Lichts in A ankommen."

Von Helmholtz voegt hieraan toe:

„Sowie ich sehe, kann hierbei das Licht auf seinem Wege der einfachen und doppelten Brechung, Reflexion, Absorption, gewöhnlichen Dispersion und Diffraktion unterworfen sein, ohne dasz das Gesetz seine Anwendbarkeit verliert, nur darf keine Änderung seiner Brechbarkeit stattfinden, und es darf nicht durch Körper gehen, in denen der Magnetis-

[1]) Het in het eerste deel van dit artikel behandelde literatuuroverzicht werd samengesteld op verzoek van Dr. B. v. d. Pol.

[2]) Handbuch der Physiologischen Optik II, p. 198, Ed. 1909.

mus nach Faradays Entdeckung auf die Lage der Polarisationsebene einwirkt."

Een theorema over stroomen en spanningen van de frequentie nul in een systeem van geleiders is uitgesproken door Maxwell in 1873 [1]):

„If an electromotive force E be introduced, acting in the conductor from A to B, and if this causes the potential at C to exceed that at D by P, then the same electromotive force introduced into the conductor from C to D will cause the potential at A to exceed that at B by the same quantity P."

Rayleigh breidde dit in 1877 uit op periodieke electromotorische krachten [2]):

„Let there be two circuits of insulated wire A and B, and in their neighbourhood any combination of wire-circuits or solid conductors in communication with condensors. A periodic electromotive force in the circuit A will give rise to the same current in B as would be excited in A if the electromotive force operated in B."

Lorentz bewijst in 1896 [3]) een stelling, die, evenals bij Von Helmholtz, op stralers betrekking heeft, dus niet alleen, zooals bij Rayleigh, voor quasi-stationaire gevallen.

„Bestaan bij twee bewegingstoestanden, in de punten P en P^I enkelvoudige lichtbronnen met de richtingen h en h_I, en met gelijke intensiteit en phase, dan is de electrische stroom, dien de eerste in P^I in de richting h^I geeft, ten allen tijde gelijk aan den electrischen stroom, dien de tweede lichtbron in het punt P in de richting h teweegbrengt."

In 1924 geeft Carson [4]) het theorema van Rayleigh in den volgenden vorm:

„Let a set of electromotive forces $V_I', \ldots. V_n'$ all of the same frequency, acting in the n branches of an invariable network, produce a current distribution $I_I', \ldots. I_n'$, an let a second set of electromotive forces $V_I'', \ldots. V_n''$ of the same frequency produce a second current distribution $I_I'', \ldots. I_k''$. Then

[1]) Treatise on Electricity and Magnetism I art. 281.

[2]) Theory of Sound I par. 109.

[3]) Verslag Kon. Ak. v. Wet. Dl. IV, p. 176, 1896.

[4]) Bell Syst. Techn. Journ. 3, 393, 1924.

$$\sum_{j=1}^{n} V_j' I_j'' = \sum_{j=1}^{n} V_j'' I_j'.$$

Verder leidt hij af het volgende theorema:

„Let a distribution of impressed periodic electric intensity $\overline{F}' = \overline{F}'(x, y, z)$ produce a corresponding distribution of current intensity $\overline{u}' = \overline{u}'(x, y, z)$ and let a second distribution of equi-periodic impressed electric intensity $\overline{F}'' = \overline{F}''(x, y, z)$ produce a second distribution of current intensity $\overline{u}'' = \overline{u}''(x, y, z)$ then

$$\int (\overline{F}' \,.\, \overline{u}'')\, dv = \int (\overline{F}'' \,.\, \overline{u}')\, dv$$

the volume integration being extended over all conducting and dielectric media."

Hierin beduidt $\overline{F}$ de uitwendige electromotorische kracht (eingeprägte E. M. K.), terwijl de stroomdichtheid $\overline{u}$ gegeven is door

$$\overline{u} = \overline{u}_0 + \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{P}}{\partial t} + curl\, \overline{M}$$

waarin $\overline{u}_0$ = geleidingsstroomdichtheid

$$\overline{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\overline{E} = \text{polarisatie stroomdichtheid}$$

$$\overline{M} = \frac{1}{4\pi}\frac{\mu - 1}{\mu}\overline{B}$$

Het bewijs wordt eerst geleverd voor $\mu = 1$, dus $\overline{M} = 0$, later [1]) ook voor $\mu \neq 1$. Hij gaat daarbij uit van de als volgt gedefinieerde geretardeerde potentialen

$$\overline{A} = \int \frac{1}{r} exp\left(-\frac{i\,\omega}{c} r\right) \overline{u}\, dv$$

$$\Phi = \int \frac{1}{r} exp\left(-\frac{i\,\omega}{c} r\right) \varrho\, dv$$

terwijl

$$\overline{E} = \overline{F} - \frac{i\,\omega}{c}\overline{A} - \nabla\, \Phi$$

Met behulp van een integraalvergelijking kan dan de genoemde stelling bewezen worden.

[1]) Bell Syst. Techn. Journ. IX, 325, 1930.

Indien echter de electrische kracht in den vorm geschreven wordt, dien Carson eraan geeft (verg. 7 p. 397):

$$\bar{E} = \bar{F} - \frac{i\omega}{c}\bar{A} - \nabla \Phi$$

dan is uit de grondvergelijkingen van Maxwell af te leiden:

$$-\nabla^2 \bar{A} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi\mu}{c}\bar{i} + \frac{\varepsilon\mu}{c}\frac{\partial \bar{F}}{\partial t}$$

Indien $\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} = o$, wordt hieraan voldaan door de geretardeerde potentiaal

$$\bar{A} = \int \frac{1}{r} exp\left(-\frac{i\omega}{c} r\right) \bar{i}\, dv$$

Verder volgt dan

$$\int (\bar{F}' . \bar{i}'')\, dv = \int (\bar{F}'' . \bar{i}')\, dv$$

waarin $\bar{i}$ de geleidingsstroomdichtheid voorstelt.

We zullen later aantoonen, dat deze zelfde vergelijking ook op een andere manier kan worden afgeleid, welke afleiding echter ook onmiddellijk een antwoord geeft in het geval dat $\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} \neq o$.

In 1926 geeft Sommerfeld [1]) eenige stellingen, betrekking hebbende op zenders. Sommerfeld gaat uit van het bewijs van Lorentz, neemt echter geen uitwendige (eingeprägte) electromotorische krachten aan, zoodat hij komt tot de vergelijking

$$div\,[\bar{H}_1 \times \bar{E}_2] = div\,[\bar{H}_2 \times \bar{E}_1]$$

die overal geldt waar de divergentie van het vectorproduct gevormd kan worden. Nemen we dus voor de zenders twee dipolen, dan moeten deze uitgesloten worden. De vergelijking, toegepast op de verdere ruimte, levert, met behulp van de stelling van Gausz

$$\int_{K_1+K_2+K_3} [\bar{E}_2 \times \bar{H}_1]_n\, d\sigma = \int_{K_1+K_2+K_3} [\bar{E}_1 \times \bar{H}_2]_n\, d\varepsilon$$

waarin K_1, K_2 en K_3 resp. de oppervlakken om de beide zenders

[1]) Zeitschr. f. Hochfreq.techn. 26, 93, 1926.

en het oppervlak in het oneindige voorstellen, welke laatste oppervlakte-integralen volgens Sommerfeld verdwijnen. Dit zal ook inderdaad zoo zijn, daar zij elkaar juist opheffen.

De berekening van de oppervlakte-integralen voor de zenders levert dan in het geval, dat de zenders beiden electrische dipolen zijn, de volgende stelling:

„Die von der Antenne A_1 aus dem Felde E_2 empfangene Feldstärke ist nach Amplitude und Phase gleich der von der Antenne A_2 aus dem Felde E_1 empfangenen."

Voor twee magnetische of één electrische en één magnetische dipool gelden analoge stellingen.

Bij de berekening van deze stellingen is een beperking gemaakt, waar Carson [1]) nog eens bizonder de aandacht op vestigt, n.l. dat over K_1 de vectoren $\overline{E}_2$ en $\overline{H}_2$ van den tweeden zender als constant zijn te beschouwen, evenzoo $\overline{E}_1$ en $\overline{H}_1$ over K_2.

Verder maakt Carson bezwaar tegen de veronderstelling, dat de vectoren E_1 en H_1 van den eersten zender over het, dien zender omsluitende oppervlak zijn af te leiden uit een vector van Hertz voor een enkele dipool, ook indien deze geplaatst is in de buurt van geleiders. Volgens Carson geldt de formule van Sommerfeld alleen indien het secundaire veld van dien geleider te verwaarloozen is in de buurt van de dipool. Het is echter voldoende wanneer dit secundaire veld over het begrenzende oppervlak van de dipool als constant is te beschouwen, zooals blijkt uit het volgende:

Het veld kan gesplitst gedacht worden in het oorspronkelijk van de dipool alleen (E_0 en H_0), en een secundair veld, afkomstig van materie in dat dipoolveld (E_s, H_s), dus

$$\overline{E} = \overline{E}_0 + \overline{E}_s \qquad \overline{H} = \overline{H}_0 + \overline{H}_s$$

Hiermede gaat

$$\int_{K_1+K_2} [\overline{E}_1 \times \overline{H}_2]_n \, d\sigma = \int_{K_1+K_2} [\overline{E}_2 \times \overline{H}_1]_n \, d\sigma$$

over in;

$$\int_{K_1} [\overline{E}_{1o} \times \overline{H}_2]_n \, d\sigma + \int_{K_1} [\overline{E}_{1s} \times \overline{H}_2]_n \, d\sigma +$$

[1]) Proc. Inst. Rad. Eng. 17, 952, 1929.

$$+\int_{K_2} [\overline{E}_1 \times \overline{H}_{2o}]_n \, d\sigma + \int_{K_2} [\overline{E}_1 \times \overline{H}_{2s}]_n \, d\sigma =$$

$$= \int_{K_1} [\overline{E}_2 \times \overline{H}_{1o}]_n \, d\sigma + \int_{K_1} [\overline{E}_2 \times \overline{H}_{1s}]_n \, d\sigma +$$

$$+ \int_{K_2} [\overline{E}_{2o} \times \overline{H}_1]_n \, d\sigma + \int_{K_2} [\overline{E}_{2s} \times \overline{H}_1]_n \, d\sigma$$

Indien nu

E_2, H_2, E_{1s} en H_{1s} over K_1

E_1, H_1, E_{2s} en H_{2s} over K_2

als constant zijn te beschouwen, verdwijnen 6 van deze 8 integralen en volgt

$$\int_{K_2} [\overline{E}_1 \times \overline{H}_{2o}]_n \, d\sigma = \int_{K_1} [\overline{E}_1 \times \overline{H}_{1o}]_n \, d\sigma$$

waaruit Sommerfeld zijn stelling afleidt.

Als verdere geldigheidsbeperkingen geeft Sommerfeld aan: monochromatisme, ook anisotroop, mits $\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$ en $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$, lineair verband tusschen $\overline{B}$ en $\overline{H}$, $\overline{c}$ en $\overline{E}$, geen hysteresis, terwijl een uitwendig magneetveld uitgesloten is.

In 1927 geeft Pleyel [1]) het volgende theorema voor isotrope media:

„The general reciprocal theorem consists therein that the lineair equation system in operational form which combines the vectors $\overline{I}_1$ and $\overline{E}_1$ is conjugated with the system combining $\overline{I}_2$ and $\overline{E}_2$."

De onjuistheid van deze algemeene stelling zal op *p.* 80 bewezen worden. Verder neemt Pleyel aan, dat E en H in het oneindige met een hoogere macht van r^{-1} dan de eerste verdwijnen moeten. Ook dit punt zal in het volgende besproken worden.

In 1929 geeft Ballantine [2]) de volgende stelling:

„If $\overline{E}_o'$ and $\overline{E}_o''$ are two independant distributions of impressed electric force which act on the total current (con-

[1]) Handl. 68 Ing. Vet. Akad.

[2]) Proc. Inst. Rad. Eng. 17, 929, 1929.

vection, conduction, polarization and displacement current in the ether) and $\overline{c}'$ and $\overline{c}''$ represent the total current $[=(\sigma + i\,\omega\,\varepsilon/4\,\pi\,.\,\overline{(E+E_o)}]$ resulting respectively from the action of $\overline{E}_o'$ and $\overline{E}_o''$; if al quantities vary as $e^{i\,\omega\,t}$, and if the properties of the medium ε, μ, σ are scalars and independant of the field vectors, then

$$\int\int\int [\overline{E}_o'\,.\,\overline{c}'' - \overline{E}_o''\,.\,\overline{c}']\,dv = \int\int [\overline{E}'\times\overline{H}'' - \overline{E}''\times\overline{H}']_n\,ds$$

where the surface integral extends over the boundary of the region of the volume integration."

In 1930 geeft Carson [1]) de reeds genoemde uitbreiding van zijn reciprociteitstheorema in het geval $\mu \neq 1$ en verder de volgende stelling over energieën:

„If a transducer is terminated in its conjugate image impedances — the condition for maximum output and maximum transfer of power — the efficiency of transmission is the same in the two directions."

Na dit historische overzicht zullen we overgaan tot een nadere behandeling van het probleem, waartoe we zullen uitgaan van de vergelijkingen van Maxwell, met de notitie's van Abraham [2])

$$\text{curl } \overline{H} = \frac{4\,\pi}{c}\,\overline{i} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{D}}{\partial t}$$

$$\text{curl } (\overline{E} - \overline{E}^e) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

Voor de twee onafhankelijke velden 1 en 2 geldt, indien $\overline{E} - \overline{E}^e = \overline{E}^s$

$$\text{curl } \overline{H}_1 = \frac{4\,\pi}{c}\,\overline{i}_1 + \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{D}_1}{\partial t}$$

$$\text{curl } \overline{E}_1^{\,s} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{B}_1}{\partial t}$$

afgekort:

$$\text{curl } \overline{H}_1 = \overline{a}_1 \qquad\qquad \text{curl } \overline{H}_2 = \overline{a}_2$$

$$\text{curl } \overline{E}_1^{\,s} = \overline{b}_1 \qquad\qquad \text{curl } \overline{E}_2^{\,s} = \overline{b}_2$$

---

1) Bell Syst. Techn. Journ. IX, 325, 1930.

2) Theorie der Elektrizität.

Na vermenigvuldiging resp. met $\overline{E}_2^s, \overline{H}_2, -\overline{E}_1^s, -\overline{H}_1$, en optelling volgt:

$$\overline{E}_2^s \, curl \, \overline{H}_1 - \overline{H}_1 \, curl \, \overline{E}_2^s - \overline{E}_1^s \, curl \, \overline{H}_2 + \overline{H}_2 \, curl \, \overline{E}_1^s =$$
$$= \overline{E}_2^s \cdot \overline{a}_1 - \overline{E}_1^s \cdot \overline{a}_2 + \overline{H}_2 \cdot \overline{b}_1 - \overline{H}_1 \cdot \overline{b}_2$$

Hiervoor kan geschreven worden

$$div[\overline{H}_1 \times \overline{E}_2^s] - div[\overline{H}_2 \times \overline{E}_1^s] = \overline{E}_2^s \cdot \overline{a}_1 - \overline{E}_1^s \cdot \overline{a}_2 + \overline{H}_2 \cdot \overline{b}_1 - \overline{H}_1 \cdot \overline{b}_2$$

We zullen nu eerst het tweede lid van deze vergelijking onderzoeken en daarbij aannemen, dat de uitwendige electromotorische kracht $\overline{E}^e$ ook werkt op den verschuivingsstroom [1]). In dit geval kunnen we hem ook ontstaan denken uit electromagnetischen oorsprong, die echter niet tot het beschouwde systeem gerekend wordt. Mocht $\overline{E}^e$ echter niet op den verschuivingsstroom werken, dan is de daardoor noodzakelijke verandering gemakkelijk aan te brengen.

Voor een isotroop medium geldt:

$$\overline{i} = \sigma \overline{E} = \sigma(\overline{E}^e + \overline{E}^s)$$
$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E}$$
$$\overline{B} = \mu \overline{H}$$

Het tweede lid gaat hiermede over in:

$$\overline{E}_2^s \cdot \frac{4\pi}{c} \sigma(\overline{E}_1^s + \overline{E}_1^e) + \overline{E}_2^s \cdot \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{E}_1^s + \overline{E}_1^e)$$
$$-\overline{E}_1^s \cdot \frac{4\pi}{c} \sigma(\overline{E}_2^s + \overline{E}_2^e) - \overline{E}_1^s \cdot \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{E}_2^s + \overline{E}_2^e)$$
$$-\overline{H}_2 \cdot \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \overline{H}_1 + \overline{H}_1 \cdot \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \overline{H}_2$$

Indien nu voldaan is aan de volgende vier voorwaarden:

$$\overline{E}_2^s \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_1^s = \overline{E}_1^s \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_2^s$$
$$\overline{E}_2^s \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_1^e = \overline{E}_1^e \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_2^s$$
$$\overline{E}_1^s \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_2^e = \overline{E}_2^e \cdot \frac{\partial}{\partial t} \overline{E}_1^s$$

[1]) Zie voor een mogelijk geval, waarbij dit niet zoo is: Abraham Theorie der Elektrizität I, 6e Aufl. 1921 § 60.

$$\bar{H}_2 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \bar{H}_1 = \bar{H}_1 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \bar{H}_2$$

hetgeen het geval zal zijn indien alle grootheden evenredig met $e^{j\omega t}$ gesteld kunnen worden, dan kan voor het tweede lid geschreven worden

$$\bar{E}_1^e \cdot \bar{c}_2 - \bar{E}_2 \cdot \bar{c}_1$$

waarbij onder $\bar{c}$ verstaan wordt de totale stroomdichtheid in een punt, waar de uitwendige electromotorische kracht, die haar doet ontstaan, gelijk nul is.

Anisotrope media geven hetzelfde resultaat, mits

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$$

$$\mu_{ik} = \mu_{ki}$$

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$$

Voor een uitwendige electromotorische kracht, die de eigenschap bezit, dat $\frac{\partial \bar{E}^e}{\partial t} = 0$, zal het tweede lid den volgenden vorm aannemen:

$$\bar{E}_1^e \cdot \bar{i}_2 - \bar{E}_2^e \cdot \bar{i}_1$$

waarbij de totale stroomdichtheid $\bar{c}$ overgegaan is in de geleidingsstroomdichtheid $\bar{i}$. Na de hieronder besproken integratie geeft dit de stelling van Carson (zie p. 72) terug.

We hebben dus ten slotte de volgende vergelijking:

$$div [\bar{H}_1 \times \bar{E}_2^s] - div [\bar{H}_2 \times \bar{E}_1^s \cdot] = \bar{E}_1^e \cdot \bar{c}_2 - \bar{E}_2^e \cdot \bar{c}_1$$

Voor toepassing op een ruimte moet deze vergelijking gelden voor alle punten van die ruimte, de punten waar dit niet zoo is moeten buitengesloten worden. Over de dan overgebleven ruimte geldt

$$\int div [\bar{H}_1 \times \bar{E}_2^s] \, dv - \int div [\bar{H}_2 \times \bar{E}_1^s] \, dv = \int \bar{E}_1^e \cdot \bar{c}_2 \, dv - \int \bar{E}_2^e \cdot \bar{c}_1 \, dv$$

Hierop de stelling van Gauss toegepast, geeft

$$\int [\bar{H}_1 \times \bar{E}_2^s]_n \, do - \int [\bar{H}_2 \times \bar{E}_1^s]_n \, do = \int \bar{E}_1^e \cdot \bar{c}_2 \, dv - \int \bar{E}_2^e \cdot \bar{c}_1 \, dv$$

waarin $\int do$ het totale omsluitende oppervlak over de beschouwde ruimte voorstelt.

Strekt de beschouwde ruimte zich tot in het oneindige uit, dan moet ook over het oppervlak in het oneindige geïntegreerd worden. Alleen komen in aanmerking, die electrische en magnetische krachten, die voor zeer groote r van de orde r^{-1} zijn, alle andere doen de oppervlakte-integraal verdwijnen. Aan deze voorwaarde voldoen alleen zenders of dipolen, en, indien we het veld hiervan nader onderzoeken, blijkt, daar de afstanden van het oneindige tot beide zenders gelijk zijn, de beide integralen elkaar juist opheffen. Het is dus niet noodzakelijk, dat de veldsterkten in het oneindige met een hoogere macht dan de eerste verdwijnen (Pleyel), want dan zouden zenders juist uitgesloten zijn.

Hebben we nu in de totale ruimte geen enkel punt waar $div[\overline{H} \times \overline{E}]$ niet genomen mag worden, dan luidt dus het reciprociteitstheorema

$$\int_{\infty} \overline{E}_1^e \cdot \overline{c}_2 \, dv = \int_{\infty} \overline{E}_2^e \cdot \overline{c}_1 \, dv$$

Op geleiders toegepast geeft dit het theorema van Rayleigh en indien de frequentie $= 0$ wordt verondersteld, waarbij dus $\overline{c}$ overgaat in den geleidingsstroom $\overline{i}$, het theorema van Maxwell.

Nemen we nu echter aan, dat er geen electromotorische krachten, echter alleen dipolen werkzaam zijn, dan verdwijnt juist het tweede lid en moeten ook over de begrenzende oppervlakken o_1 en o_2 om de dipolen geïntegreerd worden, dus

$$\int_{o_1+o_2} [\overline{H}_1 \times \overline{E}_2^s]_n \, do = \int_{o_1+o_2} [\overline{H}_2 \times \overline{E}_1^s]_n \, do$$

Uit deze formule leidt Sommerfeld zijn stelling af.

Bij de afleiding van deze stellingen was aangenomen, dat alle grootheden dezelfde tijdsafhankelijkheid ($e^{j\omega t}$) bezaten. In het algemeen echter zijn $\overline{E}_1^e$ en $\overline{E}_2^e$ als willekeurige functies van den tijd te beschouwen. We kunnen dan volgens Fourier schrijven:

$$E_1^e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} E_1^e(\lambda) \cos \omega (t - \lambda) \, d\lambda$$

of complex geschreven

$$\overline{E}_1^e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_1^e(\lambda) \, e^{j\omega(t-\lambda)} \, d\lambda$$

In het interval $d\omega$ tusschen ω en $\omega + d\omega$ heeft ω de constante waarde ω, en is $\overline{E}_1^e(t)$ gelijk aan

$$\overline{E}_1^e(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_1^e(\lambda) \, e^{j\omega(t-\lambda)} \, d\lambda$$

Een dergelijke formule kunnen we ook opschrijven voor de componenten met dezelfde frequentie ω van de andere grootheden. Dan zal gelden:

$$\int dv \left\{ \overline{E}_1^e(\omega, t) \cdot \overline{c}_2(\omega, t) \right\} = \int dv \left\{ \overline{E}_2^e(\omega, t) \cdot \overline{c}_1(\omega, t) \right\}$$

Alleen indien geldt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_1^e(\omega, t) \cdot \overline{c}_2(\omega, t) \, d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_1^e(\omega, t) \, d\omega \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{c}_2(\omega, t) \, d\omega$$

en

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_2^e(\omega, t) \cdot \overline{c}_1(\omega, t) \, d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}_2^e(\omega, t) \, d\omega \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{c}_1(\omega, t) \, d\omega$$

kan geschreven worden:

$$\int dv \, \overline{E}_1^e(t) \cdot \overline{c}_2(t) = \int dv \, \overline{E}_2^e(t) \cdot \overline{c}_1(t)$$

Echter kan in het geval, dat $\overline{E}_1^e$ en $\overline{E}_2^e$ dezelfde functie van den tijd zijn, het volgende bewezen worden:

Voor $\overline{E}_1^e(t) = \overline{E}_2^e(t)$ zal ook voor de component met de frequentie ω gelden:

$$\overline{E}_1^e(\omega, t) = \overline{E}_2^e(\omega, t)$$

en volgens de reciprociteitsstelling moet voor die frequentie:

$$\overline{c}_2 (\omega, t) = \overline{c}_1 (\omega, t)$$

Dan zal ook

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{c}_2 (\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{c}_1 (\omega, t)$$

Voor de integraal

$$\int \overline{E}_1{}^e (t) \cdot \overline{c}_2 (t)\, d\,v$$

kan volgens Fourier geschreven worden:

$$\int d\,v \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{E}_1{}^e (\omega, t) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{c}_2 (\omega, t) \right]$$

en hiervoor, volgens het zoo juist beweerde:

$$\int d\,v \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{E}_2{}^e (\omega, t) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\,\omega\, \overline{c}_1 (\omega, t) \right] =$$

$$= \int d\,v\, \overline{E}_2{}^e (t) \cdot \overline{c}_1 (t)$$

In het bijzondere geval, dat $\overline{E}_1{}^e (t)$ in het punt 1 de waarde $\overline{E}^e(t)$ heeft en overal elders gelijk aan nul is, terwijl $\overline{E}_2{}^e (t)$ in het punt 2 dezelfde waarde $\overline{E}^e (t)$ bezit en buiten dit punt ook overal nul is, terwijl we aannemen, dat in het punt 1 stroom en spanning gelijkgericht zijn, eveneens voor het punt 2, kunnen we de stelling aldus formuleeren:

> „Een E M K met willekeurige tijdsafhankelijkheid in het punt 1 zal in het punt 2 een stroom $c (t)$ veroorzaken, Dan zal dezelfde E M K in het punt 2 eenzelfde stroom $c (t)$ in punt 1 veroorzaken."

Pleyel schrijft bij de afleiding van zijn theorema voor $\frac{d}{d\,t}$ de letter p, en behandelt eerst p als een constante, daardoor verkrijgt hij de vergelijking

$$\int \overline{I}_2 \cdot \overline{E}_1\, d\,\overline{i} = \int \overline{I}_1 \cdot \overline{E}_2\, d\,\overline{i} = o$$

die, daar $\overline{I}_2 = \overline{c}_2$ en $\overline{E}_1 = \overline{E}_1{}^e$, overeenkomt met

$$\int \overline{E}_1{}^e \cdot \overline{c}_2\, d\,v = \int \overline{E}_2{}^e \cdot \overline{c}_1\, d\,v$$

Uitgaande van deze vergelijking wordt p als operator behandeld. Maar indien p van den beginne af als zoodanig in aanmerking was genomen, was deze vergelijking niet verkregen, daar dan niet aan de hiervoor (pag. 76) genoemde vier gelijkheden zou zijn voldaan.

Indien we nu in aanmerking nemen, dat we dipolen altijd vervangen kunnen denken door stroomen, daar we in werkelijkheid altijd stroomen zullen hebben, waarvan de dipolen mathematische abstractie's zijn, kunnen de oppervlakte-integralen verder buiten beschouwing gelaten worden. Hiermede ontgaan we dus de beperkingen, die aan de afleiding van Sommerfeld ten grondslag liggen. We vinden dus resumeerend: *Voor isotrope media, voor anisotrope onder de voorwaarden, dat* $\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$, $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$, $\mu_{ik} = \mu_{ki}$, *waarbij dus de betrekkingen onderling lineair zijn, en hysteresis en gyroscopische effecten uitgesloten zijn voor periodiek met den tijd veranderlijke grootheden (waaronder de frequentie o inbegrepen) dat waar de electromotorische kracht* $\overline{E}_1^e = \overline{E}_1^e\,(x, ij, z, \omega t)$ *veroorzaakt de totale stroom* $\overline{c}_1 = \overline{c}_1\,(x, ij, z, \omega t)$, *en* $\overline{E}_2^e = \overline{E}_2^e\,(x, ij, z, \omega t)$ *veroorzaakt de totale stroom* $\overline{c}_2 = \overline{c}_2\,(x, ij, z, \omega t)$ *geldig is over de geheele ruimte*

$$\int\limits_{\infty} \overline{E}_1^e \cdot \overline{c}_2\, d v = \int\limits_{\infty} \overline{E}_2^e \cdot \overline{c}_1\, d v$$

Indien $\overline{E}^e$ *niet werkt op den verschuivingsstroom, of* $\dfrac{\partial \overline{E}^e}{\partial t} = 0$, *moeten we in deze vergelijking* $\overline{c}$ *vervangen door den geleidingsstroom* $\overline{i}$. *Wanneer* $\overline{E}^e$ *niet periodiek met den tijd verandert, kan onder een bepaalde voorwaarde (pag. 79) deze vergelijking geldig blijven, terwijl in elk geval de stelling blijft bestaan, dat bij gelijke E M K's de stroomen ook gelijk zijn.*

We zullen nu de reciprociteitsstelling toepassen op technische problemen. In dit geval kan de stelling als volgt geformuleerd worden:

Werkt in tak 1 van een systeem de periodieke electromotorische kracht, symbolisch voorgesteld door $\overline{E}_{11}$, dan zal deze geven in tak 2 den stroom $\overline{I}_{12}$. Omgekeerd zal $\overline{E}_{22}$ in tak 2 geven den stroom $\overline{I}_{21}$ in tak 1. Het verband tusschen deze grootheden wordt gegeven door:

$$\overline{E}_{11} \cdot \overline{I}_{21} = \overline{E}_{22} \cdot \overline{I}_{12}$$

Anders geschreven

$$\frac{\overline{I}_{12}}{\overline{I}_{21}} = \frac{\overline{E}_{11}}{\overline{E}_{22}}$$

Wordt $\overline{I}_{12}$ opgewekt in de impedantie z_2, dan is de aan de uiteinden van die impedantie opgewekte klemspanning $\overline{E}_{12}$ gelijk aan $\overline{z}_2\, \overline{I}_{12}$. Evenzoo $\overline{E}_{21} = \overline{z}_1\, \overline{I}_{21}$. En er bestaat de betrekking

$$\frac{\overline{E}_{12}}{\overline{E}_{21}} = \frac{\overline{z}_2 \cdot \overline{E}_{11}}{\overline{z}_1 \cdot \overline{E}_{22}}$$

De energie, die in z_2 ontwikkeld wordt, bedraagt $|\overline{I}_{12}|^2\, r_2 = P_{12}$ waarbij $z_2 = r_2 + j\, x_2$; evenzoo $P_{21} = |\overline{I}_{21}|^2\, r_1$. Ter berekening van $|\overline{I}_{12}|$ schrijven we

$$\overline{I}_{12} = \frac{\overline{E}_{11}}{\overline{Z}_{12}} \text{ en } \overline{I}_{21} = \frac{\overline{E}_{22}}{\overline{Z}_{21}}$$

Door deze vergelijkingen definieeren we $\overline{Z}_{12}$ en $\overline{Z}_{21}$. Tengevolge van de reciprociteit is:

$$\overline{Z}_{12} = \overline{Z}_{21} = \overline{Z}$$

Nu is

$$|\overline{I}_{12}| = \frac{|\overline{E}_{11}|}{|\overline{Z}|}$$

waaruit volgt:

$$\frac{|\overline{I}_{12}|^2}{|\overline{I}_{21}|^2} = \frac{|\overline{E}_{11}|^2}{|\overline{E}_{22}|^2}$$

dus

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = \frac{r_2}{r_1} \frac{|\overline{E}_{11}|^2}{|\overline{E}_{22}|^2}$$

Voor het geval $\overline{E}_{11} = \overline{E}_{22}$, gaan deze vergelijkingen over in:

$$\frac{\overline{I}_{12}}{\overline{I}_{21}} = 1$$

$$\frac{\overline{E}_{12}}{\overline{E}_{21}} = \frac{\overline{z}_2}{\overline{z}_1}$$

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = \frac{r_2}{r_1}$$

Indien een E M K in het punt 1 een stroom I in het punt 2 ver-

oorzaakt, geeft dezelfde EMK in het punt 2, in het punt 1 eenzelfden stroom I.

In plaats van uit te gaan van electromotorische krachten kunnen we ook eenige betrekkingen aangeven, waarbij stroomen, spanningen en overgedragen energieën worden uitgedrukt in de door de electromotorische krachten geleverde energieën (vergelijk Carson [1]).

Werkt $\overline{E}_{11}$ op de totale impedantie $\overline{Z}_1$, dan is $\overline{Z}_1 = R_1 + j\,X_1$ en het vermogen, dat $\overline{E}_{11}$ ontwikkelt:

$$P_{11} = R_1\,|\overline{I}_{11}|^2 = R_1 \frac{|\overline{E}_{11}|^2}{|\overline{Z}_1|^2}$$

Hieruit volgt:

$$\frac{|\overline{I}_{12}|}{|\overline{I}_{21}|} = \sqrt{\frac{P_{11}}{P_{22}}\frac{|\overline{Z}_1|^2}{|\overline{Z}_2|^2}\frac{R_2}{R_1}}$$

Nu is $\overline{E}_{12} = \overline{z}_2\,\overline{I}_{12}$, dus

$$\frac{|\overline{E}_{12}|}{|\overline{E}_{21}|} = \frac{|\overline{z}_2|}{|\overline{z}_1|}\sqrt{\frac{P_{11}}{P_{22}}\frac{|\overline{Z}_1|^2}{|\overline{Z}_2|^2}\frac{R_2}{R_1}}$$

De overgedragen energieën verhouden zich als

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = \frac{r_2}{r_2}\frac{|\overline{I}_{12}|^2}{|\overline{I}_{21}|^2} = \frac{r_2}{r_1}\frac{P_{11}}{P_{22}}\frac{|\overline{Z}_1|}{|\overline{Z}_2|}\frac{R_2}{R_1}$$

Voor gelijke generatorvermogens, of $P_{11} = P_{22}$, gaan deze vergelijkingen over in:

$$\frac{|\overline{I}_{12}|}{|\overline{I}_{21}|} = \frac{|\overline{Z}_1|}{|\overline{Z}_2|}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\frac{|\overline{E}_{12}|}{|\overline{E}_{21}|} = \frac{|\overline{z}_2|}{|\overline{z}_1|}\frac{|\overline{Z}_1|}{|\overline{Z}_2|}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = \frac{r_2}{r_1}\frac{|\overline{Z}_1|^2}{|\overline{Z}_2|^2}\frac{R_2}{R_1}$$

Voor maximale energie-overdracht is de inwendige weerstand gelijk aan de uitwendige en de totale reactantie $= 0$, dus

$$R_1 = 2\,r_1\,;\; R_2 = 2\,r_2,\, Z_1 = R_1,\, Z_2 = R_2.$$

[1]) Bell Syst. Techn. Journ. IX 2, 325, 1930.

In dit geval is:

$$\frac{|\bar{I}_{12}|}{|\bar{I}_{21}|} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

$$\frac{|\bar{E}_{12}|}{|\bar{E}_{21}|} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$$

$$\frac{P_{12}}{P_{21}} = 1$$

zoodat: *voor gelijke generatorvermogens en maximale energie-overdracht zijn de overgedragen vermogens gelijk.*

Eindhoven, 17 December 1930.

EEN NIEUW SYSTEEM GEVULDE GELIJKRICHTER-BUIZEN VOOR 12 k.V. GELIJKSPANNING

door

J. G. W. MULDER

Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven - Holland.

1. De voordeelen van gevulde gelijkrichterlampen boven hoogvacuum dioden zijn zoo evident, dat de techniek van den *zenderbouw* alleen bij gebrek aan beter zoo lang met hoogvacuum dioden heeft genoegen genomen.

De voordeelen van gevulde buizen, ten opzichte van hoogvacuumbuizen, vinden allen hun oorzaak in het bekende feit, dat in hoogvacuum alleen bij hooge anodespanning ($\geq$ de verzadigingsspanning) de verzadigingsstroom van den gloeidraad naar de anode vloeit, hetgeen een gevolg is van de neg. ruimtelading, die de electronen zelf rondom den gloeidraad vormen.

Bevat de buis echter een gasvulling, dan wordt dit gas *geïoniseerd*, de pos.ionen bewegen zich naar den gloeidraad toe, en neutraliseeren de ruimtelading, zoodat men bij betrekkelijk zeer lage anodespanning de verzadigingsstroom naar de anode kan laten vloeien. Het gevolg is:

a) dat de in de anode gedissipeerde Watts relatief zeer laag zijn,

b) zoodat niet alleen de anode, maar ook de heele lamp veel kleiner wordt voor een bepaalden stroom.

c) Daar het verlies in de lamp veel kleiner is, wordt het nuttig effect veel grooter (99,9 %);

d) de gloeidraadenergie kan zeer veel lager worden (b.v. 1/20 deel); in hoogvacuumdioden moet de verzadigingsstroom

zeer hoog zijn om bij lage spanning nog een redelijken emissiestroom te verkrijgen;

e) het spanningsverlies in de buis is onafhankelijk van de belasting (en bovendien te verwaarloozen klein), hetgeen een zeer vlakke gelijkstroom/spanningskarakteristiek tengevolge heeft. Derhalve heeft men bij het seinen (stroomverbreking) een weinig oploopenden gelijkspanningsstoot. Deze vormt bij vacuumlampen waar de spanning wel sterk oploopt een bepaald bezwaar.

Daartegenover brengt de gasvulling een tweetal nadeelen mee:

f) men kan de emissie niet langer regelen, door de temperatuur van de kathode te varieeren, want men kan met de pos.ionen de kathode extra verwarmen en derhalve ook een stroom *grooter* dan de verzadigingsstroom uit de kathode doen uittreden, bij slechts zeer weinig hoogere anodespanning:

g) door de aanwezigheid van gas is ook een ontlading in omgekeerde richting mogelijk. (Glimontlading b.v., die echter over kan gaan in een boog). De max.spanning, die zich laat gelijkrichten is dan ook *principieel lager*, dan bij hoogvacuumdioden, waar het zuiver een kwestie van goed evacueeren en electrostatische opstelling is, *om elke spanning*, hoe hoog ook, te kunnen tegenhouden in omgekeerde richting.

Het tot dusver ontbreken van gevulde buizen voor grootere vermogens (Zeg: 100 k.W. en 12 k.V.) is toe te schrijven aan een zekere *tegenstrijdigheid* in de eischen, waaraan de constructie van een dergelijke buis moet voldoen. In dit artikel zal echter een nieuw type buis beschreven worden, waarbij alle elementen *onafhankelijk van elkaar* gevarieerd kunnen worden, waarmee deze tegenstrijdigheid is overwonnen.

2. *De tegenstrijdigheid van het probleem.*

De tegenstrijdigheid in de opgave betreft in de eerste instantie den *gasdruk*.

A. Als functie van den gasdruk (of juister van het product van gasdruk p en electrodenafstand a) doorloopt de max. spanning die gelijkgericht kan worden een minimum. *Boven* den druk van minimum terugslagspanning zijn echter niet stabiel zulke hooge terugslagspanningen bereikbaar als *daaronder*.

Om inderdaad *hooge* spanningen, van eenige duizenden Volts, gelijk te kunnen richten, *is men aangewezen op extreem lage drukken*.

Voor het opheffen der ruimtelading, waarvan boven sprake

was, zijn slechts weinig pos.ionen voldoende. Het zou dus vanzelf spreken hoogspanningsbuizen een uiterst lage gasdruk te geven, als dit niet 2 groote nadeelen tengevolge had.

a) Gedurende het gelijkrichten treedt z.g. „verstuiving" der electroden op: kathodeverstuiving van de anode in de neg. fase en kathodeverstuiving van den gloeidraad in de pos. fase. Het electrodemateriaal gaat daarbij in uiterst fijn verdeelden toestand over in het gas en slaat op een geschikte plaats (ballon) neer als een zwart beslag. De verstuiving wordt veroorzaakt, doordat een snel pos.ion (met relatief groote massa, dus groote energie $^1/_2\, mv^2$) *botst* met een atoom van het electrodemateriaal, en aan dit laatste zooveel energie overdraagt, dat het zich van de overige atomen vrij maakt. Hiervoor is noodig een energiehoeveelheid, gelijk aan de verdampingswarmte per atoom. Zooals door G. Holst is aangetoond [1]) moet daarvoor:

$$^1/_2\, m v^2 \geqq \frac{(m_1 + m)^2\, E}{4\, m_1\, m} \text{ zijn,}$$

waarin m_1 = de massa van een atoom van de electrode

$$E = \frac{\lambda}{N} = \frac{\text{de verdampingswarmte per grammolecuul v. h. electrodemateriaal.}}{\text{getal van Avogadro}}$$

Nu is $^1/_2\, m v^2 = e\, V$ (lading pos.ion X doorloopen potentiaal).

In de negatieve fase is de verstuiving dus grooter, naarmate hoogere spanning wordt gelijkgericht, omdat V dan hooger is. In de pos.fase hangt de verstuiving *niet* af van de spanning die gelijkgericht wordt, omdat de boogspanning daar niet van afhangt, doch constant is. (zie 1. e).

De verstuiving hangt in beide fasen echter wel af van het *aantal* pos.ionen, dat met de bovengenoemde minimum snelheid de electrode treft. Dit aantal is evenredig met het totale aantal pos.ionen dat aanwezig is, d. w. z. met de *stroomsterkte*. Voorts is het ook zeer sterk afhankelijk van den gasdruk, want als het ion, gedurende het doorloopen van het veld V weer botsingen maakt met neutrale atomen, dan verliest het weer zijn snelheid geheel of gedeeltelijk. Bij voldoende vrije weglengte (voldoend *lagen* druk) bereiken *alle* versnelde ionen, ongehinderd de electrode. Ongunstig daarvoor is, dat in de pos.fase het veld geconcentreerd is, rondom den gloeidraad, en dus op een betrekkelijk

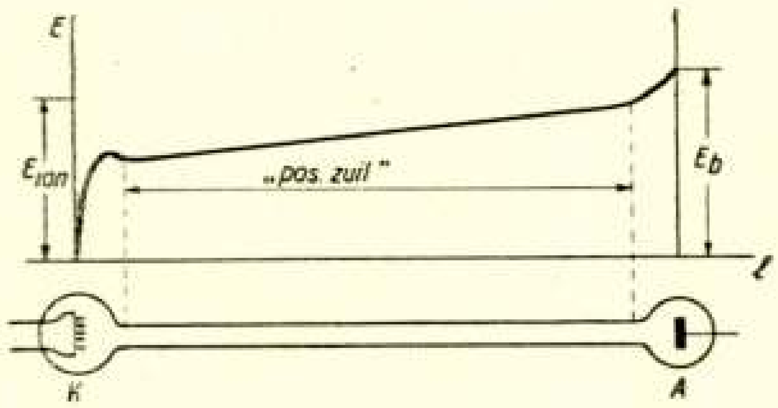
[1]) Physica 4, 1924, blz. 68.

kort traject (waar ze weinig botsingen uitvoeren) de pos.ionen versneld worden. In de pos.fase verstuift veel materiaal van den gloeidraad (Barium-oxyde b.v.), hetgeen in dat geval voornamelijk den levensduur bepaalt. Bij extreem lage drukken is de levensduur altijd relatief kort, en heeft men op zijn minst, naar verhouding abnormaal zware gloeidraden noodig.

In de neg.fase verstuift de anode. Dit zou geen invloed op den levensduur behoeven te hebben, als bij het verstuiven niet een tweede moeilijkheid optrad, die we in de pos.fase nog niet eens genoemd hebben.

b) Bij het verstuiven van gloeidraad en anode wordt gas geoccludeerd in het fijnverdeelde electrodemateriaal: de druk neemt dientengevolge af (hetgeen versnelde verstuiving tengevolge heeft) en de lamp wordt z.g. „hard".

Dit bepaalt dus ook indirect den levensduur. Door verwarming van de hard geworden lamp komt het gas weer vrij, maar bij



Figuur 1.
Potentiaalverdeeling in een ontlading met pos. zuil.

afkoeling verdwijnt het weer, zooals bekend is uit het gebruik van absorbtiekool.

Daar de verstuiving vooral heftig is bij hooge spanning en lage druk, en juist bij hooge spanning *lage druk* vereischt wordt, is hier een tegenstrijdigheid gegeven voor den gasdruk.

B. Een tweede tegenstrijdigheid vormt de ontladingsvorm.

Men kan de terugslagspanning (max. neg. spanning op de anode) bij bepaalden druk aanzienlijk verhoogen, door een reeks van middelen, die allen dit gemeen hebben, dat ze onvermijdelijk ook de ontsteekspanning bij pos. spanning op de anode verhoogen. (Zoodoende zou men n.l. den druk bij bepaalde spanning weer hooger kunnen nemen). De eenvoudigste vorm bestaat daarin, dat tusschen anode en kathode een dusdanig nauwe buis

wordt ingeschakeld, dat de ontlading een z.g. pos. zuil vertoont [1]. Heel kort gezegd speelt de vernauwing deze rol, dat pos.ionen aan den wand verloren gaan en dat hierom nieuwe pos.ionen gevormd moeten worden, zoodat de electronen opnieuw snelheid dienen te krijgen. In het gebied, waarin de pos.zuil ontstaat gaat dan ook een extra spanning verloren. (Zie fig. 1)

Deze spanning is bij benadering evenredig met de lengte van de zuil en omgekeerd evenredig met den diameter, alles bij gegeven stroomdichtheid en in het drukgebied waar de spanning als functie van den druk een (overigens vlak) minimum is.

De heele toepassing berust nu hierop, dat de afmetingen zóó doelmatig gekozen kunnen worden, dat de verhooging van de terugslagspanning in de neg. fase, naar verhouding meer invloed heeft, dan de verhooging van de brandspanning in de pos. fase.

Met de *ontsteekspanning* in de pos. fase is het dan echter niet zoo eenvoudig gesteld. Bij geringen afstand van anode en gloeidraad, (en bij een wijde buis) is de ontsteekspanning nagenoeg onafhankelijk van den gasdruk en gelijk aan de ionisatiespanning. Bij grooteren afstand of bij een nauwe buis (zooals een, die een pos. zuil te voorschijn roept na het ontsteken), gaat de snelheid der electronen door botsing met den wand of door *niet*-elastische botsing met atomen verloren. Er is dan een hooger anodepotentiaal vereischt om toch aan een voldoend aantal electronen de ionisatiesnelheid mee te deelen. Om de ontsteking weer te verlagen, wordt wel door een hulpontlading afzonderlijke ionisatie teweeggebracht. Hoe effectief dit middel is, het heele ontstekingsproces is echter verre van reproduceerbaar en o. a. in hooge mate afhankelijk van het toevallige geleidingsvermogen van den glaswand.

Bij buizen met een zuilontlading kan de ontsteekspanning dan ook op den duur zeer hooge waarden aannemen. Behalve het reeds genoemde geleidingsvermogen van den glaswand, zijn nog als oorzaken te noemen:

a) De gasdruk zelf vermindert aanmerkelijk, bij de lage waarden, die hier moeten worden toegepast (zie sub *A*);

b) Door de heftige verstuiving van electrodemateriaal, die op willekeurige plaatsen geleidendende lagen en bekleedsels te

[1]) Zie voor de verschillende ontladingsvormen en hun eigenschappen bijv.: Emeleus: „The conduction of electricity through gases," dat in een kort bestek het voornaamste geeft.

voorschijn roept, verandert de electrostatische configuratie van het electrodensysteem geheel, en vóórdat de gasvulling geioniseerd is, komt het slechts dáár op aan. Verschillende der geïsoleerde geleidende deelen kunnen daarenboven niet controleerbare potentialen aannemen, door electronen of pos.ionen uit de ontlading. Het behoeft dan ook geen verwondering te wekken, dat onverwachte en toevallige verhooging van de ontsteekspanning het gevolg is, daar dit denzelfden invloed kan hebben, als b.v. een negatief rooster in een triode;

c) De buiswand zelf, kan zich op overeenkomstige wijze geheel of gedeeltelijk opladen en hetzelfde effect te voorschijn roepen. Het schijnt zelfs dat dit effect *op den duur* steeds meer merkbaar wordt, en dat de verhooging van de ontsteekspanning hier dan ook voor een groot deel het gevolg van is.

Gunther Schulze, die dezelfde ervaring heeft opgedaan, schrijft dat daaraan toe, dat het glas aan de binnenzijde aanvankelijk nog geleidt, dank zij een monomoleculaire waterdamplaag, die zelfs bij het pompproces niet is te verwijderen. Op den duur gaat onder invloed van de ontlading dit laagje verloren, en dan isoleert het glas zooveel beter, dat deze „wandladingen" voldoende lang aanwezig kunnen blijven, om merkbaar te worden. Hiermee in overeenstemming is de ervaring, dat een oude gelijkrichterlamp, die deze verschijnselen vertoont, en dan ook op een bepaalde spanning niet meer ontsteekt, na een periode van rust wederom rustig aangaat, en *tengevolge van de ontlading* wederom na eenigen tijd ophoudt te werken. (Bij nieuwe lampen is het juist andersom: is hij eenmaal op een of andere wijze ontstoken, dan gaat de ontsteking bij herhaling gemakkelijker).

De tegenstrijdigheid bestaat dus hierin, dat men eenerzijds de buisvorm zoodanig wil kiezen, dat de terugslagspanning zoo hoog mogelijk wordt, doch dat dit anderzijds de aanwezige ontstekingsmoeilijkheden in de pos.fase vergroot.

3. *Oplossing der tegenstrijdigheden.*

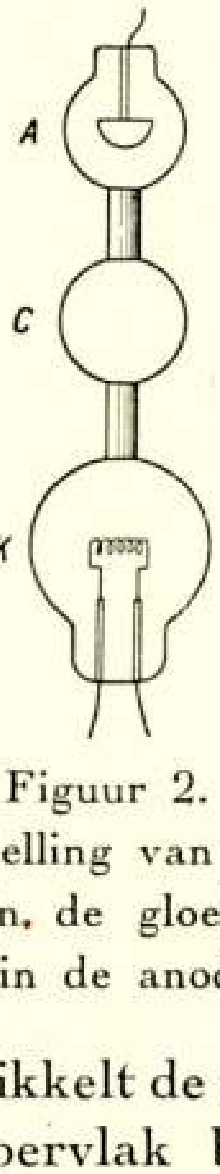
A. Om hooge spanning gelijk te kunnen richten, moet de druk zoo laag mogelijk zijn (verstuiving van de anode is slechts indirect schadelijk). De levensduur van den gloeidraad wordt echter hooger, naarmate de druk hooger is, omdat dan de verstuiving belangrijk afneemt. Het is vooral op aandringen van Prof. Holst geweest, dat wij nu gelijkrichterbuizen vervaardigd hebben, waarbij de gloeidraad en de anode ieder in een afzon-

derlijke ruimte zijn opgesteld, zóó, dat in elk compartiment de passende druk wordt onderhouden. Dit is mogelijk door in plaats van edelgas met *kwikdamp* te vullen, en een bepaalde dampstroom te doen circuleeren. Fig. 2 vertoont een dergelijke buis schematisch.

In de kathodekamer *K* bevindt zich vloeibaar kwik, dat constant verdampt omdat de temperatuur van *K* (waarin de gloeidraadenergie wordt ontwikkeld) hooger is dan van den condensor *C*.

Er stroomt dus voortdurend kwikdamp van *K* naar C, die daar condenseert.

De condensor heeft de laagste temperatuur van de heele lamp,



Figuur 2.
Schematische voorstelling van een gelijkrichterbuis met hoogen druk in de gloeidraadruimte K en lagen druk in de anoderuimte A.

omdat deze wijd is (dan ontwikkelt de ontlading daar geen warmte) en een groot afkoelend oppervlak bezit. In de kamer *A*, die de anode bevat, wordt ook warmte ontwikkeld („anodeval" *X* stroom) en daar is de druk dus in den stationnairen toestand, noodzakelijk gelijk aan die in *C*, d. w. z. *lager* dan in *K*.

Door de zwaartekracht stroomt het in *C* gecondenseerde kwik weer als vloeistof tegen den hoogeren druk in naar *K* terug, zoodat een continu proces is verkregen.

Een tweede voordeel van deze vulling (kwikdamp boven overmaat vloeistof) boven edelgas is, dat de druk onafhankelijk is gemaakt van het verdwijnen van gas tengevolge van verstuiving, zoodat de druk in *A* willekeurig laag mag zijn.

B. Om een behoorlijk drukverschil tusschen *K* en *C* te be-

vorderen, is tusschen *K* en *C* een betrekkelijk nauwe verbindingsbuis aangebracht (in verhouding tot de vrije weglengte is het een „capillair").

In deze verbindingsbuis krijgt men tevens de sub 2B genoemde *zuilontlading*.

Alle sub 2B genoemde bezwaren zijn nu echter voorkomen, door de *verbindingsbuizen geheel uit metaal* te vervaardigen. (Het bekende chroomijzer, dat zich luchtdicht aan het glas laat smelten, leent zich hier bij uitstek voor.) Hierdoor heeft men op elk punt van den zuilwand den potentiaal volkomen in de hand, zoodat op den duur geen (grillige) ontstekingsmoeilijkheden kunnen gaan optreden.

De chroomijzeren buiswand doet tevens dienst als anode voor de hulpontsteking (zie blz. 89). Deze wordt bij voorkeur verkregen door een wisselspanning, synchroon met de anodespanning, tusschen hulpanode en gloeidraad te schakelen. Daardoor is er in de negatieve fase *geen ionisatie* in de buis, wat een belangrijk voordeel is.

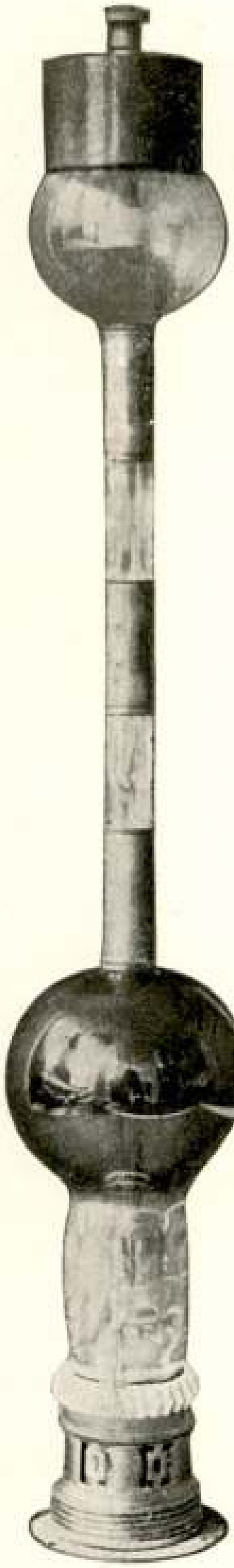
Met de hier beschreven hulpmiddelen, is de constructie van gelijkrichterbuizen uit het stadium van een toevallig compromis gebracht in dat van een technisch ontwerp. Voor elk gevraagd vermogen is een buis te construeeren: men kiest den zuildiameter in verband met de gevraagde stroomsterkte, de zuillengte naar gelang de gevraagde gelijkspanning. Men is door deze keuze eveneens in wijde grenzen onafhankelijk van de temperatuur van de omgeving.

Voor heel hooge spanningen (lange zuilen) wordt een aantal afzonderlijk geïsoleerde metalen buizen in serie geschakeld, die elk aan een eigen potentiaal komen te liggen. (Zie fig. 3)

4. *De historische gang in de ontwikkeling.*

I. Voor gelijkspanningen tot b.v. 1000 Volt (bij 1 A gelijkstroom) werd en wordt nog steeds een lampje gemaakt, waarvan fig. 4 een afbeelding vertoont. Het bevat edelgas van lagen druk ($\pm$ 0.1 mm), een oxydkathode, terwijl de anoden in lange, nauwe glazen halzen zijn teruggetrokken. Hulpontsteking wordt capacitief verkregen door de geleidende laag op anodepotentiaal, die op den glazen arm is aangebracht.

Aan pogingen om op hetzelfde principe buizen voor hoogere spanning te ontwikkelen heeft het niet ontbroken. Bij al deze pogingen is men tenslotte op de op blz. 89 uiteengezette moei-



Figuur 3.
Gelijkrichterbuis voor
100 kV — 1,5 A.



Figuur 4.
Gelijkrichterlamp
2 × 1000 V — 1 A.

Figuur 5.
Philips Gelijkrichterlampen voor middelmatige
hoogspanning en verschillende stroomsterkten.

type 1762 | type 1763 | type 1765



0,1 A
10 kV.

0,5 A
10 kV

1,5 A
10 kV

lijkheden gestuit, zoodat boven 1000 Volt dergelijke lampen nooit populair zijn kunnen worden. De druk is dan n.l. zóó laag, dat ontstekingsmoeilijkheden niet uitblijven, terwijl ook het „hard" worden, ondanks regeneratie-inrichtingen een handicap voor de bedrijfszekerheid vormt. De gloeidraad verstuift dan ook zoo hevig, dat slechts zeer korte levensduren mogelijk zijn. (50—200 uur).

II. Een toevallig compromis vormen de lampen, waarvan figuur 5 een afbeelding geeft [1]). Ze zijn eveneens met *kwikdamp* gevuld, zoodat „hard" worden niet optreedt.

In den stationnairen toestand is de druk in de heele buis constant, en bepaald door de temperatuur van de koudste plaats. Daar zeer lage druk voor hooge spanning noodzakelijk is, is de hals, waarin zich het vloeibare kwik verzamelt, lang gemaakt om de vloeistof koud te houden. Het gevolg is, dat de gloeidraad heftig verstuift, en per ampère gelijkstroom, ca. 30 maal zooveel gloeidraad-energie is vereischt voor denzelfden levensduur, als bij hoogeren druk noodig zou zijn. Daar de economische Bariumoxydkathode is toegepast, valt het gloeidraadverbruik nog altijd mee, in vergelijking met wat bij hoogvacuumdioden voor hetzelfde vermogen zou zijn vereischt. (Het verbruik is nog ca. 20 maal zoo laag).

De max.toelaatbare negatieve anodespanning, bedraagt onder omstandigheden 25 k.V. Daar geen maatregelen zijn genomen, om de terugslag te bemoeilijken, is bij vollast de max. *gelijkspanning*, die de lampen leveren kunnen ca. 5 k.V. In zenders, die met 8 à 10 k.V. anodespanning werken, worden van dit lamptype dan ook steeds twee in serie geschakeld, zoodat men 3 fasen (dubbel) gelijkricht met 6 lampen. Om dezelfde reden, kunnen de lampen slechts in een bepaald temperatuurgebied gebruikt worden, en moeten voor de grootere vermogens *kunstmatig* worden gekoeld. Hieronder volgen nog eenige typische gegevens:

a) Gloeidraad-energie ca. Watt 00 A (i_g)

b) Dampdruk 0,01 – 0,1 mm Hg.

c) Terugslagspanning ca. 20 k.V.

d) Ontsteekspanning zeer laag: 20 à 30 V.

e) Inwendige weerstand zeer laag: boogspanning 15 à 20 V.

f) Lamprendement ca. 98,5 %.

---

[1]) Dergelijke lampen zijn uitvoerig beschreven in Proc. Inst. Rad. Eng. Jan. 1930 p. 67 door H. C. Steiner en H. T. Maser.

Conclusie: De hier beschreven lampen zijn in vele opzichten zeer bruikbaar en aanbevelenswaardig, maar hebben het groote nadeel, dat ze eigenlijk niet voldoende spanning kunnen gelijkrichten voor zenders van groot vermogen. De bezwaren nemen met grootere stroomsterkten toe (zie boven). Men behelpt zich met het dubbele aantal lampen in Graetzschakeling [1]). Tot ca. 4000 Volt gelijkspanning zijn ze eenvoudig en goedkoop! In elk geval zijn ze veel economischer dan machines voor hetzelfde doel, zelfs al moeten ze in Graetzschakeling gebruikt worden.

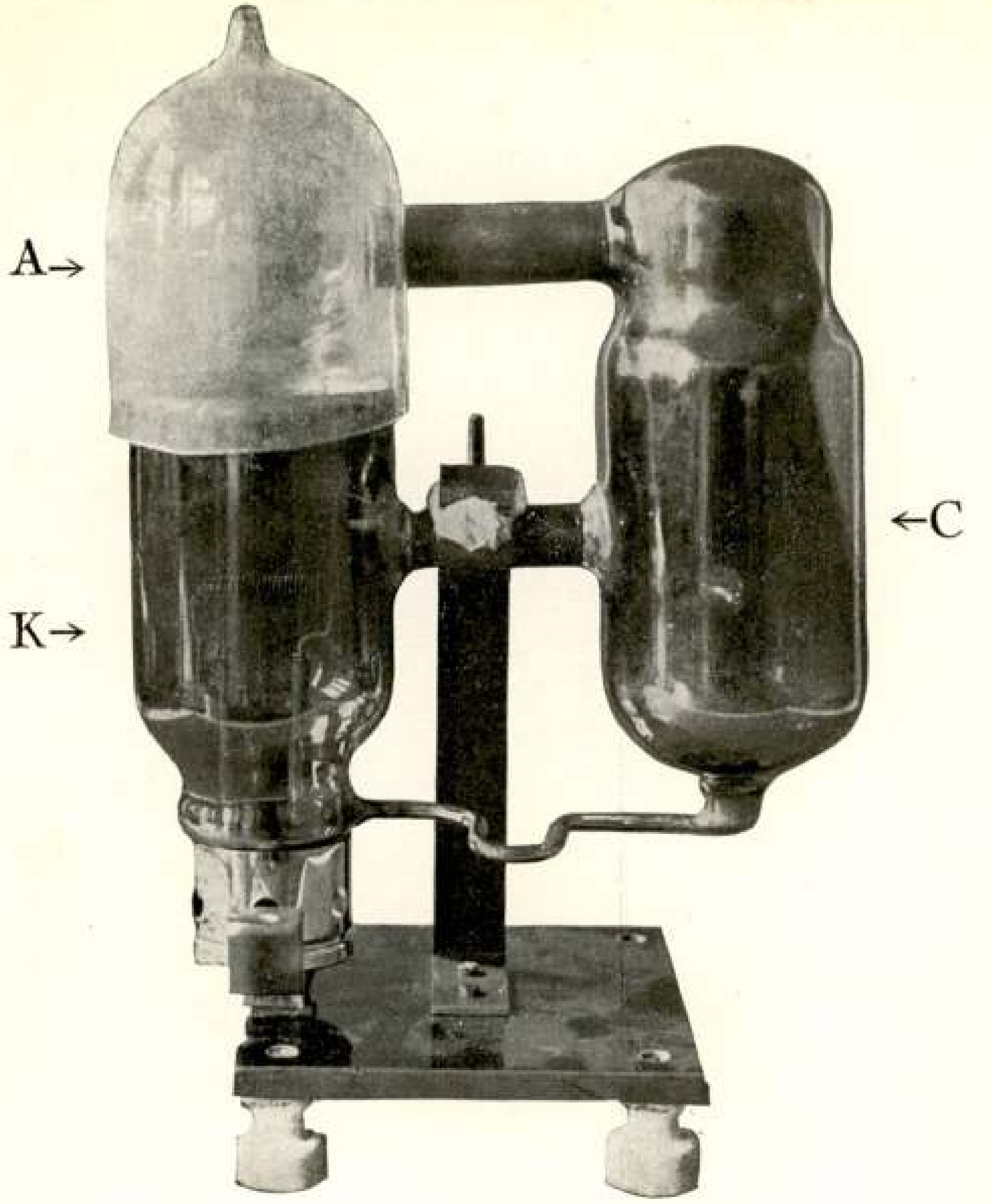
III. Figuur 6 toont een tweetal afbeeldingen van een gelijkrichterlamp volgens de sub 3 ontwikkelde principes, die gemaakt is voor een gelijkspanning van 12 k.V. bij een gelijkstroom (gemidd. waarde) van 1,5 A (topstroom ca. 5 A.).

De bouw is eenigszins anders dan in figuur 2 is aangeduid. Aan het kwik, dat in C condenseert, is gelegenheid gegeven, om door een nauwbuisje geleidelijk terug te vloeien naar K. Bij de opstelling van figuur 2 valt het kwik in onregelmatige hoeveelheden terug, waarbij afwisselend veel en weinig kwik in K verdampt, en de druk in alle 3 compartimenten tijdelijk stijgt, op het oogenblik, dat een druppel in K valt.

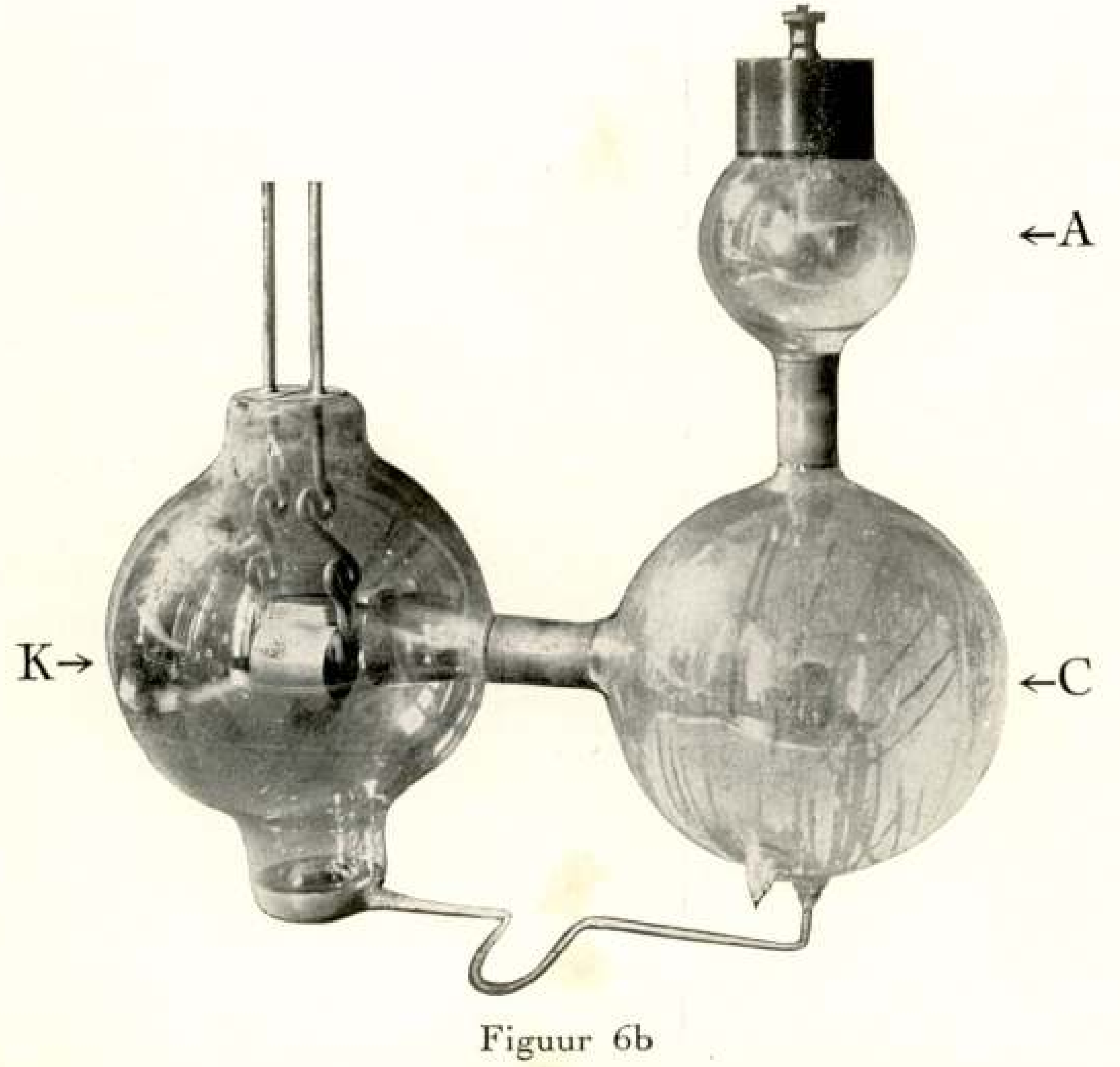
De 2 maal rechthoekig omgebogen vorm heeft ten doel, een grooter drukverschil tusschen K en C mogelijk te maken. (Bij den damp, die in Knudsen toestand verkeert, speelt dit een wezenlijke rol, zoodat daardoor zelfs in bepaalde gevallen drukverschillen van 1 op 20 mogelijk worden). Doch ook zijn door de rechthoekige bocht de snelle positieve ionen uit de zuil tusschen A en C wegens hun groote massa niet in staat, deze bocht te volgen, en komen derhalve niet op den gloeidraad terecht, zoodat de verstuiving minder wordt. (Op het laatste traject tusschen C en K is de druk reeds hooger, zoodat een deel der pos.ionen daar geremd wordt). Bij het type 6a wordt ook de ruimte A nog verhit door den gloeidraad. Dit maakt, dat als de lamp met gloeiende kathode in blijft staan, doch bij anodestroom nul, dat dan toch alle kwik zich in C verzamelt, zoodat de lamp na langen rusttijd nog voor gebruik gereed is. Bij 6b is dit niet het geval; daar destilleert bij anodestroom O ook kwik naar A, zoodat na een rustperiode de druk aanvankelijk in A hooger is en men niet met de volle spanning beginnen kan. Eenige typische gegevens voor deze lampen zijn:

[1]) Zie Proc. Inst. Rad. Eng. l. c.

Gelijkrichterlampen voor 12 kV.



Figuur 6a
1,5 A (topstroom ± 5 A)



Figuur 6b
5 A (topstroom ± 20 A)

a) Lagere gloeidraad energie of hoogere levensduur dan sub II;
b) dampdruk (voorloopige meting) { A – C ca. 10^{-3} mm. K tot ca. 1 mm.
c) Terugslagspanning 50 à 60 k.V.
d) Ontsteekspanning (bij pos.hulpstroom 10 mA): 45 V.
e) Boogspanning: 20 à 25 V.
f) Lamprendement 99,9 %

Conclusie. In vergelijking met het voorgaande type, hebben deze lampen langeren levensduur, of kleinere gloeidraadenergie, terwijl men voor een bepaalde gelijkspanning (zeg 10 k.V.) met het *halve aantal* toe kan. Overigens hebben ze dezelfde voor- en nadeelen.

5. *De derde electrode.*

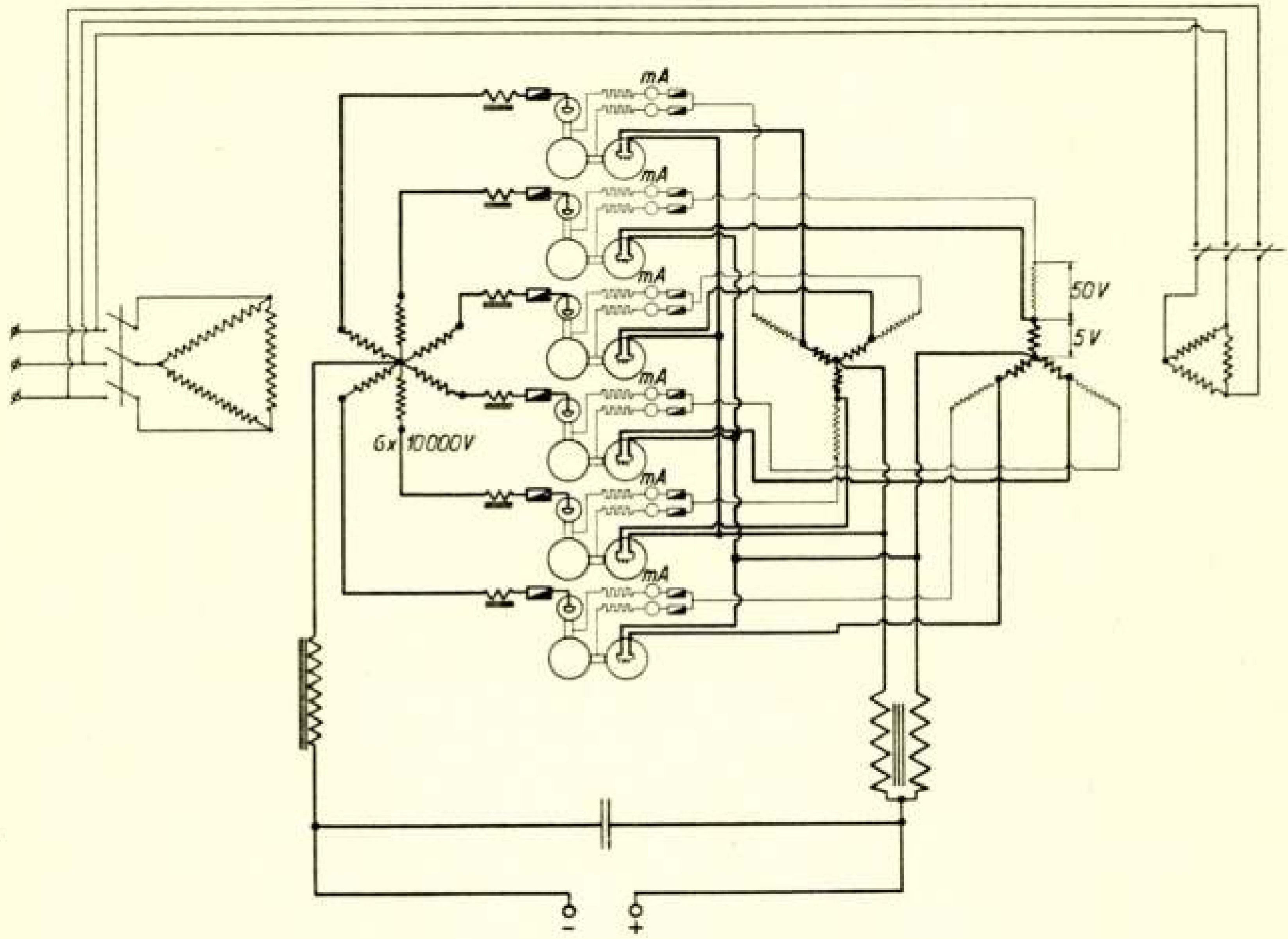
De lange nauwe metalen hals vormt een „rooster" met hoogen „versterkingsfactor", en is derhalve bij uitstek geschikt, om de ontlading dynamisch te beïnvloeden.

Nu wijkt het gedrag van 3 electrodenbuizen met gasvulling in vele opzichten essentieel af van dat van hoogvacuumtriodes [1]). Alle met „thyratrons" uitvoerbare schakelingen en functie's zijn met deze lampen mogelijk door den chroomijzeren hals als rooster te gebruiken. Een voorname eigenschap vermelden we speciaal: de gemiddelde gelijkstroom, die de lamp in een halve periode doorlaat hangt af van het *oogenblik*, waarop de hulp-ontsteking den doorgang voor den hoofdstroom mogelijk maakt. Beïnvloedt men het rooster door een wisselspanning, synchroon met de anodespanning, dan is de (gemidd.) gelijkstroom een functie van de *fase-verschuiving* tusschen anodespanning en hulp-spanning. Men kan zoodoende met een minimale energie, groote vermogens regelen.

In de functie van gelijkrichter, dient de fase van de hulp-stroom zoodanig te zijn, dat de doorgelaten gelijkstroom maximaal is. De hulpstroom moet daartoe bij voorkeur maximaal zijn, op het moment, dat de anode van de lamp positief wordt. De hiervoor vereischte faseverschuiving hangt van de schakeling, afvlakking enz. af. Bij driefasige gelijkrichting met 3 enkelwerkende gelijkrichterlampen; moet de hulpspanning 60° in fase vóór de anodespanning zijn. Intusschen kan men door den hulp-stroom iets te vergrooten, den anodestroom minder gevoelig maken, voor de juiste fase van den hulpstroom. In een practisch geval,

[1]) Zie b.v. Gen. El. Rev. 32 No. 4 „Hot-Cathode Thyratrons" 1929.

waar de fase der anodespanning bij regeling met inductieregelaars veranderde, bleek een verandering in het faseverschil van 15° geheel geen bezwaar te geven. Tenslotte merken we nog op, dat waar de hulpspanning een *wisselspanning* is (synchroon met de anodespanning en met de juiste faseverschuiving tusschen beide), dat daar eigenlijk voor de gelijkrichtende werking mede gebruik wordt gemaakt van de „relaiswerking" der 3de electrode: in de pos.fase is het „rooster" positief en begint de ontlading gemakkelijk, mede dank zij de ionisatie van den „roosterstroom"; in de neg. fase is het rooster negatief en *verhoogt daardoor*



Figuur 7.
Schakelschema 10 kV gelijkrichterinstallatie.

aanzienlijk de max.neg.spanning op de anode, waarbij geen ontsteking volgen kan d.w.z. de *terugslagspanning*.

6. *Toepassingen.*

De eerste proeven met dergelijke gelijkrichterlampen werden in den zomer van 1929 in de Phohi-zender te Huizen genomen. De daarvoor gebruikte gelijkrichterlampen waren voorzien van 3 anoden, zoodat 3 fasen met 1 lamp werden gelijkgericht. Door het sluiten van den Phohi-zender moesten de practische experimenten worden gestaakt.

Thans zijn deze lampen door ons uitsluitend tot enkelwerkende typen genormaliseerd, zooals o.a. fig. 6 aangeeft. Met dit type is nu een 80 k.W. kortegolfzender uitgerust, door Philips voor de Ned. Regeering gebouwd en dezer dagen af te leveren.

De eindtrap (8 k.V. – 10 A) is voorzien van 6 enkelwerkende lampen in 6 fasige schakeling.

Een vóórtrap (8 k.V. – 2,5 A) bevat 3 dergelijke lampen in 3 fasige schakeling.

Het volledige schema van een dergelijke 80 k.W. gelijkrichter-installatie vertoont figuur 7, waarin hulpontsteking, afvlakking enz. zijn te zien.

Een ander belangrijk toepassingsgebied voor dergelijke lampen, hebben wij gevonden in gelijkrichters voor Röntgeninstallatie's. Het gaat hier om nog veel hoogere spanningen (50 – 250 k.V.).

12 Maart 1931.

DE VOOR- EN NADEELEN DER VERSCHILLENDE GELIJKRICHTER-SCHAKELINGEN MET BETREKKING TOT DE EISCHEN, DIE AAN DE GELIJKRICHTER-ELEMENTEN (BUIZEN) GESTELD WORDEN; EN DE HEERSCHENDE VERWARRING IN DE NOMENCLATUUR

door

J. G. W. MULDER

Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven (Holland)

Inleiding.

Er zijn in de techniek een groot aantal verschillende schakelingen bekend, om met behulp van een combinatie van gelijkrichterelementen (bijv. buizen, electrolytische- of metalen gelijkrichtercellen, enz.) één of ander n-fazig wisselstroomsysteem in gelijkstroom te veranderen. Deze verschillende schakelingen hebben elk hun eigenaardige vóór- en nadeelen.

In de volgende beschouwing zijn alle verschillende mogelijkheden systematisch ingedeeld en onderzocht, waardoor voor elk gewenscht gelijkstroomvermogen de voordeeligste schakeling kan worden gekozen, indien max.pos.stroom en max.neg.spanning per gelijkrichterelement bekend zijn. De behandeling is zoodanig, dat naast de beschouwde, *geen andere* mogelijkheden meer voorkomen.

Er blijkt in de literatuur *groote verwarring* te bestaan in de termen, waarmede de verschillende schakelingen worden aangeduid. Daarvan een enkel voorbeeld: In schema's van Zendstationgelijkrichters der R. C. A. [1]) heet het schema van fig. I f:

---

[1]) Proc. Inst. Ra.d Eng. Jan. 1930. Steiner & Maser; Hot-Cathode Mercury Vapour Rect. Tubes, page 79.

„Enkelfazig volle golf", daarentegen het schema van fig. I g: „Driefazig halve golf".

Waarom verschil tusschen deze beide gemaakt? [1])

De gelijkgerichte wisselspanning „E_{RMS}" is in het eerste geval aangegeven als de *gekoppelde* — (dubbele fazespanning), in het tweede geval als de *fazespanning*. Ook de andere schema's bevatten dergelijke inconsequenties. Men zou de voorbeelden van deze verwarring met tientallen kunnen vermeerderen uit alle deelen van de internationale literatuur. In den loop van de volgende beschouwingen is getracht, een rationeele aanduiding te geven voor alle voorkomende schema's, die, zooals we zullen zien, in bepaalde „families" kunnen worden ingedeeld.

Er bestaan enkelvoudige en meervoudige gelijkrichterelementen. Bij de laatsten werken meer dan één electrode van de ééne polariteit samen, met één gemeenschappelijke electrode van de andere polariteit, bij voorbeeld een gelijkrichterbuis met 1 gemeenschappelijke gloeidraad als kathode en 3 afzonderlijke anoden.

Voor de schakeling blijft het echter hetzelfde of we een n-voudig gelijkrichterelement vervangen denken door n enkelvoudige elementen. Derhalve worden alle hier beschouwde schakelingen samengesteld uit enkelvoudige elementen (symbool: ). Deze elementen zijn als ideale gelijkrichters gedacht, waar het verband tusschen wissel- en gelijkspanning ter sprake komt, d.w.z. van zoo'n element is het spanningsverlies in de positieve richting nul, tot aan een bepaalde stroom $+i_{max}$ en is de stroom in de negatieve richting nul, tot aan een bepaalde spanning $-e_{max}$. (De invloed van spanningsverlies en terugstroom bij niet-ideale gelijkrichters is in een bepaald geval meestal eenvoudig na te gaan).

Vooraf stellen wij nog de volgende definities vast:

Definities:

Een gelijkrichterinstallatie bestaat uit één of meer gelijkrichterelementen, die worden gevoed door een één- of meerfazig wisselstroomnet, waarvan de spanning aangepast is aan de te verkrijgen gelijkspanning. Dit net noemen we *„het secundaire net"*. Het secundaire net wordt meestal door transformatie ver-

[1]) Zooals straks blijkt, is het logisch, in het eerste schema van 2-fazig gelijkgerichte wisselstroom te spreken, en in het tweede schema van 3-fazig gelijkgerichte wisselstroom.

kregen uit een één- of meerfazig wisselstroomnet van andere spanning, hetwelk we *„het primaire net"* noemen.

Een gelijkgerichte faze van het secundaire net (symbool: ) is een wisselspanning, die in één richting (de positieve —) stroom geeft. Het aantal gelijkgerichte fazen behoeft dus niet gelijk te zijn aan het aantal secundaire wikkelingen, daar één wikkeling soms in beide richtingen stroom geeft en dan 2 gelijkgerichte fazen vertegenwoordigt (symbool: ), die onderling 180° in faze verschoven zijn.

Ook kan het aantal fazen van het primaire net verschillen van het aantal fazen, dat secundair wordt gelijkgericht bijv.:

primair 1 faze — secundair 2 fazen (schema fig. 1 f)
primair 3 fazen — secundair 4 fazen (schema v.g.l.: [1]))
enz.

Het afgegeven gelijkstroomvermogen bevat een *rimpel*, waarvan de grondfrequentie $n \times$ de netfrequentie is, indien totaal n fazen worden gelijkgericht. Indien de stroomstoot van elke gelijkgerichte faze $\frac{I}{m}$ periode duurt (m is gewoonlijk gelijk aan het aantal gelijkgerichte fazen van het secundaire net, doch niet altijd), zoodat het secundaire net als een m-fazig systeem is te beschouwen, waarvan n fazen worden gelijkgericht, dan zou men de gelijkstroom *„in n-voudige m-takt gelijkgericht"* kunnen noemen (symbool n/m). Door deze nomenclatuur gebruiken wij zooveel mogelijk bestaande — en *ingeburgerde benamingen* uit andere gebieden der techniek. (Vergelijk bijv. de analogie met de meervoudig werkende zuigermachines).

Men dient derhalve goed onderscheid te maken tusschen het aantal fazen primair en secundair eenerzijds en het aantal *gelijkgerichte fazen*, dat de frequentie van de gelijkstroomrimpel bepaalt anderzijds.

Van elke beschouwde schakeling is ter oriënteering het verband uitgedrukt tusschen secundaire wisselspanning, buisbelasting [2]) en gelijkstroomvermogen, door beide na te gaan voor een

[1]) Vgl. J. G. W. Mulder en D. M. Duinker: „Ein Gleichrichter mit Drei- Vierphasentransformator". E & M 48, blz. 827, Heft 36, Sept. 1930.

[2]) Een Gelijkrichterelement wordt in het vervolg eenvoudigheidshalve aangeduid met den naam „buis", d. i. „enkelwerkende gelijkrichterbuis".

gelijkspanning van 100 V en een gelijkstroom van 1 A. Daarbij zijn de waarden der condensatoren zoo groot gedacht, dat ze in elk speciaal geval een grenswaarde voor de aangegeven spanning opleveren. Wat de max. toelaatbare stroom $+ i_{max}$ betreft, moet nog onderscheiden worden tusschen de gemiddelde waarde van dezen stroom (i_g), de effectieve waarde (i_w) en de topwaarde (i_t). Sommige gelijkrichter-elementen, alsmede de transformator, zijn voornamelijk begrensd door i_w (metalen gelijkrichtercellen, bijv.), andere door i_t of door i_t *en* andere factoren, als de anodespanning, tevens (hoogvacuumgelijkrichterbuizen, bijv.); weer andere hoofdzakelijk door i_g en i_t samen (gashoudende gloeidraadgelijkrichterbuizen bijv.).

Bij de volgende beschouwingen is voor een niet onbelangrijk deel gedacht aan gelijkrichterinstallaties voor zenders en de daarvoor actueele gloeidraadgelijkrichters met kwikdamp. De gloeidraad dezer gelijkrichters is meestal zoo ruim genomen, dat i_t geen speciale moeilijkheden biedt.

De hoogst bereikbare spanning is echter afhankelijk van de dampdruk, d. i. van de *temperatuur* en deze is bepaald door den *gemiddelden stroom* i_g. Ook wordt door $+ (i_g)_{max}$ en $- e_{max}$ het vermogen van de buis aangeduid.

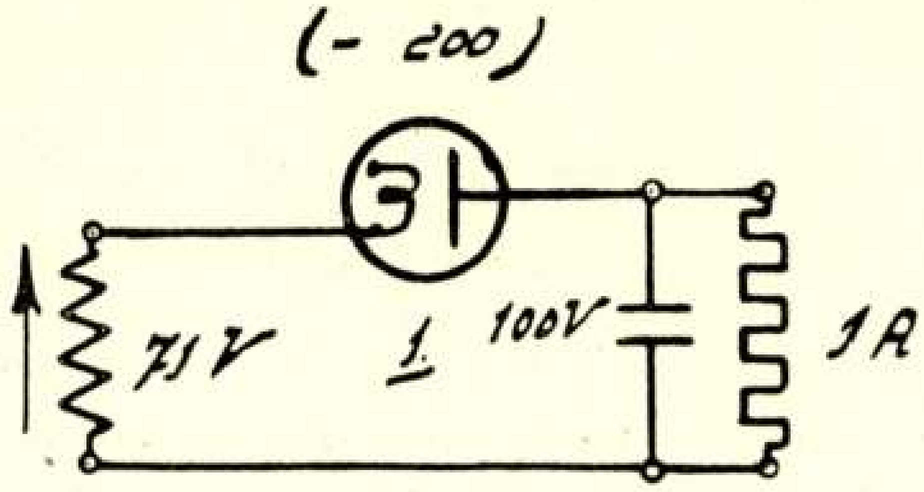
Aangezien het nu wat te ver zou voeren om in alle gevallen i_g, i_w en i_t te berekenen en een bepaalde schakeling daarenboven goed getypeerd is door i_g, is in het vervolg steeds sprake van den gemiddelden stroom i_g per buis, en van de max. neg. anodespanning in de stroomlooze faze.

Indeeling der schakelingen.

Uitgegaan wordt van één enkele gelijkgerichte faze, die op één enkele gelijkrichterbuis werkt. Twee en meer dezer schakelelementen worden achtereenvolgens *a*) in serie, *b*) parallel, *c*) meerfazig geschakeld.

De principieel nieuwe combinaties, die zich daarbij voordoen, worden wederom als een schakeleenheid beschouwd en opnieuw worden twee en meer dezer schakeleenheden in serie, parallel en meerfazig geschakeld, totdat zich geen nieuwe mogelijkheden meer voordoen, doch alleen reeds bekende combinaties ontstaan. Met principieel nieuwe combinaties zijn diegene bedoeld, die bij max. toelaatbare neg. spanning en pos. stroom per buis, een ander gelijkstroomvermogen, -stroom of -spanning, mogelijk maken, of een ander schijnbaar vermogen $E_2\ I_2 \times n$ van het secundaire net.

I. DE EENVOUDIGSTE SYSTEMEN



Figuur I a.

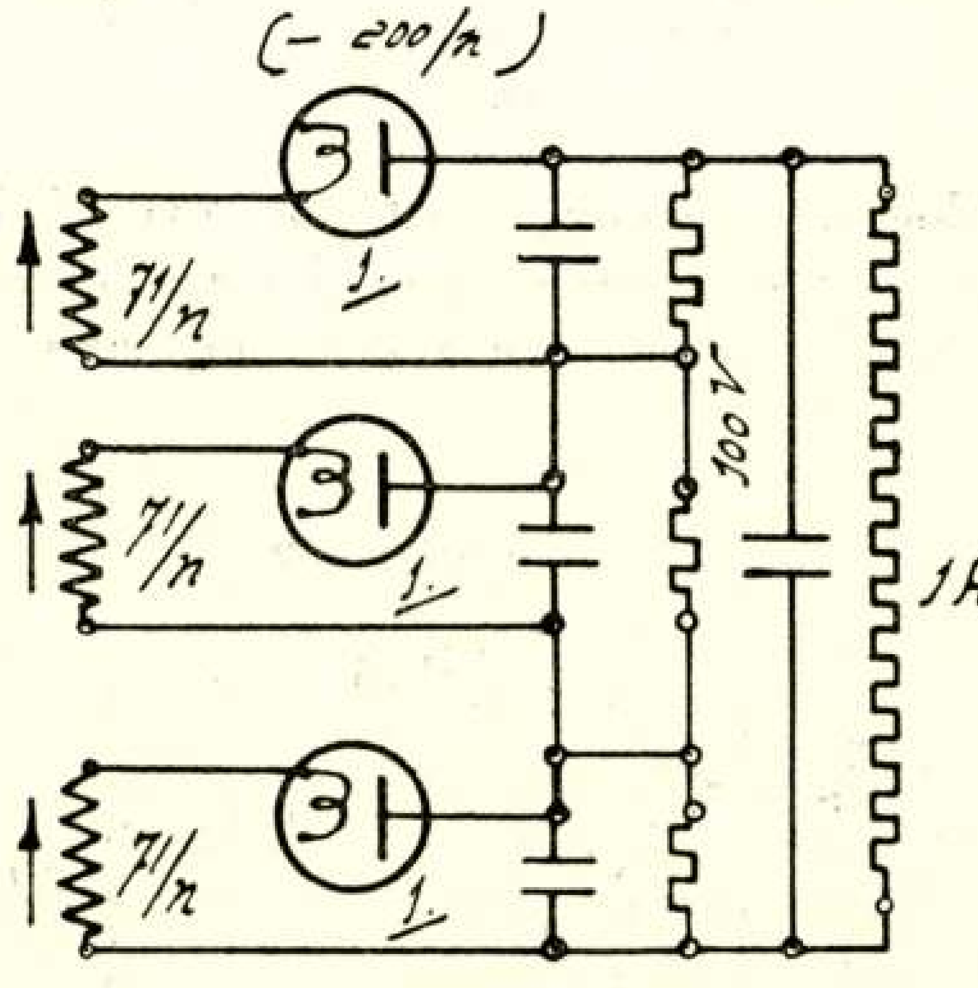
a) Deze zijn opgebouwd uit elementen waarvan fig. I a het prototype is.

Voor een gelijkspanning $E_g = 100\ V$ en een belasting $I_g = 1\ A$ is $E_2 = 71\ V$

en per buis is $\begin{cases} i_g = 1\ A \\ -e_{max} = -200\ V. \end{cases}$

Serieschakeling.

Een willekeurig aantal (*n*) elementen kan in serie worden geschakeld op een gemeenschappelijke belasting, zie fig. I b.



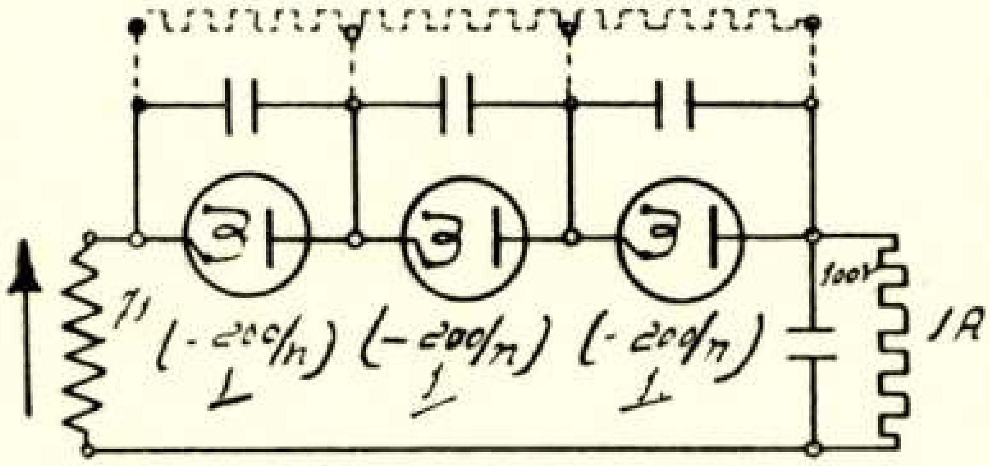
Figuur I b.

b) Voor $E_g = 100\ V$ en $I_g = 1\ A$ is een secundair systeem van n wikkelingen met spanning $E_2 = \frac{71}{n}$ vereischt.

$$\text{Per buis is} \begin{cases} i_g = 1\,A \\ -e_{max} = -\dfrac{200}{n}\,V. \end{cases}$$

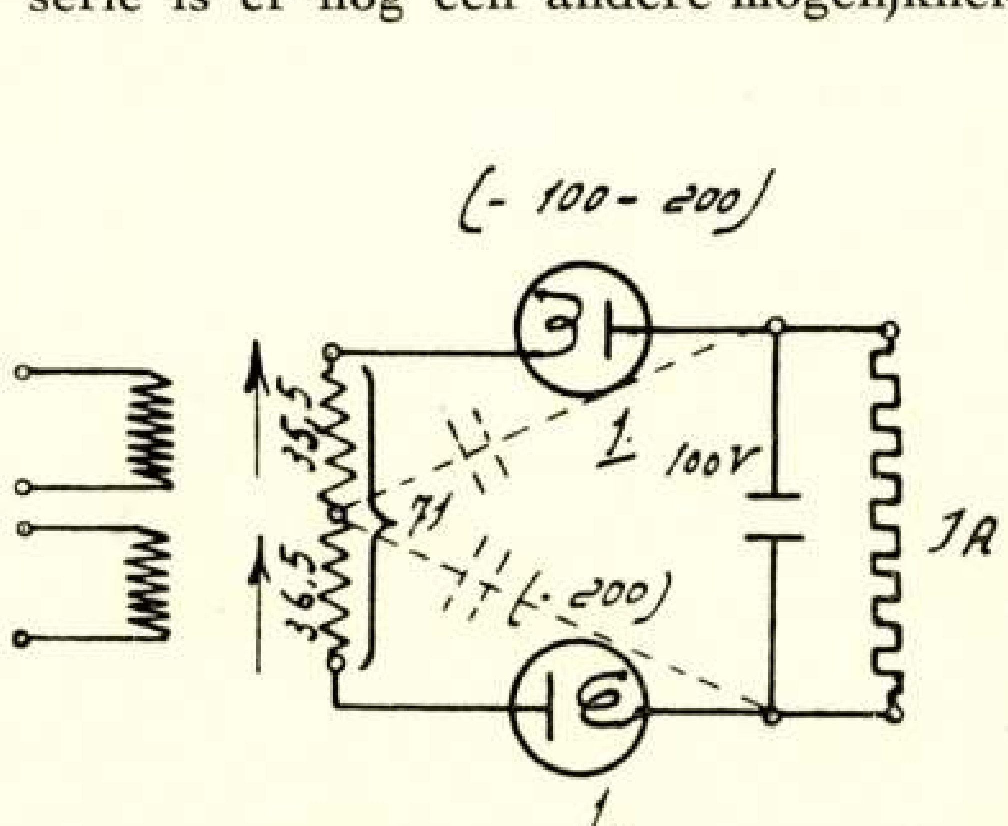
Men krijgt alleen gelijkmatige verdeeling van de neg. spanning over alle buizen $\left(\frac{200}{n}\ \textit{Volt}\ \text{per buis}\right)$, dank zij de gelijke condensatoren of weerstanden, die één van beide mogen worden vervangen door de gemeenschappelijke. Bij buizen met glimontlading in de neg. faze kan ook de glimstroom de rol der condensatoren vervullen.

Indien de condensatoren aanwezig zijn, behoeven de n secundaire wikkelingen *niet* in faze te zijn, anders wel. Vereenvoudiging van *b*) ontstaat door de n fazewikkelingen (fazeverschil = 0) samen te nemen. Zie fig. I c.



Figuur I c.

c) De gelijkmatige spanningsverdeeling over de buizen wordt weer door condensatoren of weerstanden verkregen. Met *twee* elementen in serie is er nog een andere mogelijkheid, nl. volgens fig. I d.



Figuur I d.[1])

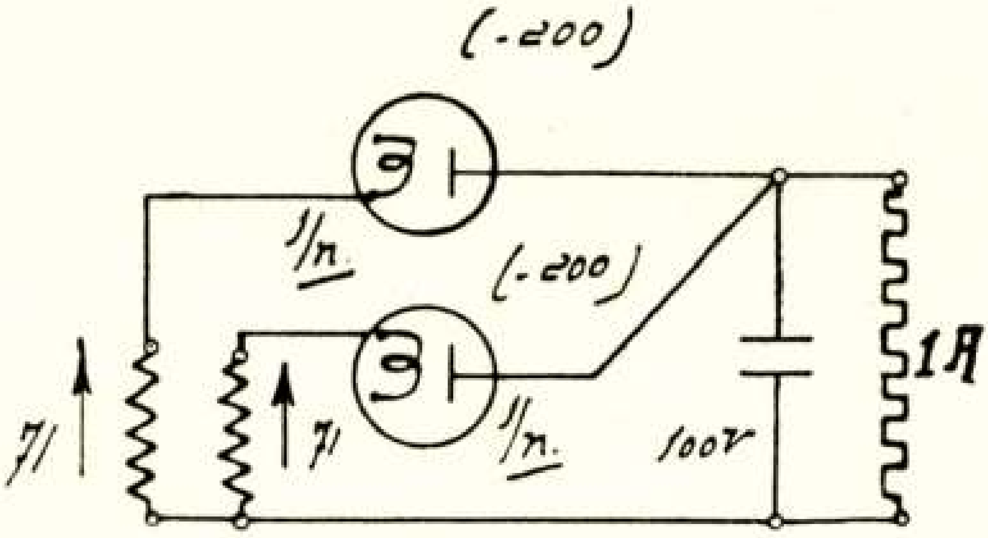
[1]) In fig. 1 d is één der fazespanningen abusievelijk 36,5 V genoemd.

d) Alleen door het aanbrengen der gestippelde condensatoren (of weerstanden) krijgt men wederom $\frac{-200}{2} = -100$ *Volt* per buis. Zonder die condensatoren heeft deze schakeling dus alleen zin, indien door de buizen in de neg. faze een glimontlading plaats vindt, omdat anders toch -200 Volt per buis zou kunnen komen.

N.B. Niettemin is deze schakeling zeer belangrijk als grondelement der sub II te behandelen groep der *Graetz schakelingen.* (Daar komt dan vanzelf de genoemde spanningsverdeeling *altijd* in orde).

Parallelschakeling.

Natuurlijk kan een willekeurig aantal (n) elementen worden parallel geschakeld op een gemeenschappelijke belasting (zie fig. I e).



Figuur I e.

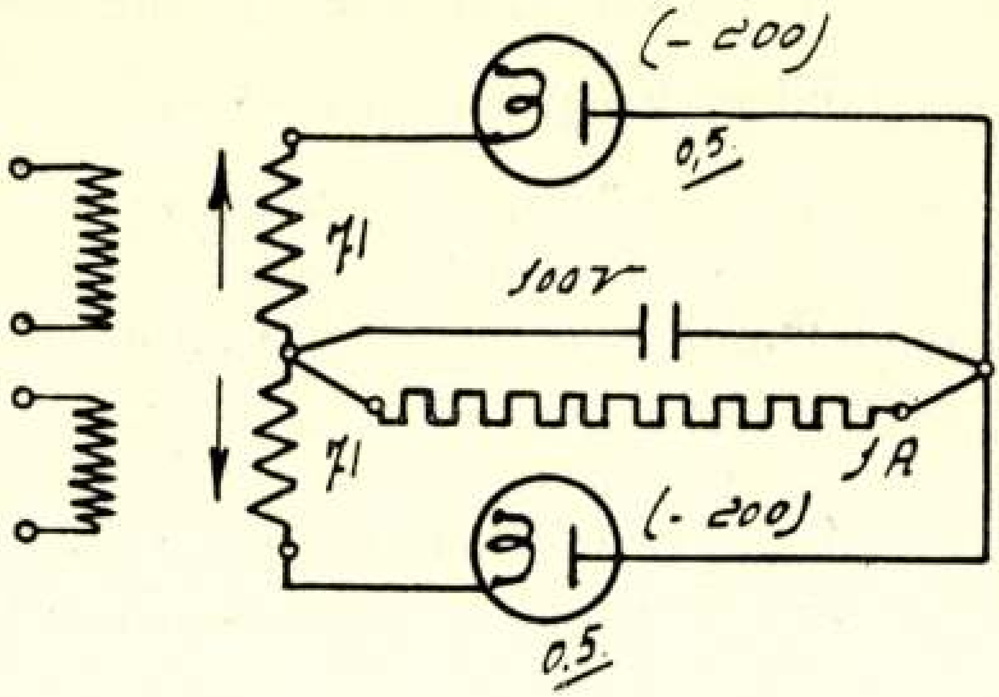
e) Voor $\left\{ \begin{array}{l} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{array} \right\}$ zijn n secundaire wikkelingen van $E_2 = 71\ V$ elk, vereischt.

$$\text{Per buis is} \left\{ \begin{array}{l} i_g = \frac{1}{n} A \\ -e_{max} = -200\ V \end{array} \right.$$

Slechts in bijzondere omstandigheden kan men bovendien de n secundaire wikkelingen gemeenschappelijk nemen.

Meerfazige systemen.

Het eenvoudigste geval om meer fazen in „ster" te schakelen, is, twee fazen op een gemeenschappelijke belasting volgens fig. I f.



Figuur I f.

f) Voor $\left\{\begin{matrix} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{matrix}\right\}$ zijn 2 secundaire wikkelingen met $E_2 = 71\ V$ vereischt.

$$\text{Per buis is} \left\{\begin{matrix} i_g = \tfrac{1}{2}\ A \\ -e_{max} = -\ 200\ V \end{matrix}\right.$$

(Dikwijls is bij meerfazige sterschakeling ook van belang te weten de waarde E_g en der bijbehoorende E_2, indien de condensatoren over de belasting ontbreken. Dan is $E_g = \frac{n}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} E_2 \sqrt{2}$, hetgeen geeft voor

$$\begin{aligned} E_g = 100\ V.\ \text{bij}\ n &= 2\ \ E_2 = 111\ V. \\ n &= 3\ \ E_2 = 85{,}5\ V. \\ n &= 4\ \ E_2 = 78{,}5\ V. \\ n &= 6\ \ E_2 = 74\ \ V. \\ n &= 12\ E_2 = 71\ \ V. \end{aligned}$$

Voor hooge aantallen fazen maken condensatoren voor de te verkrijgen gelijkspanning derhalve nauwelijks meer uit).

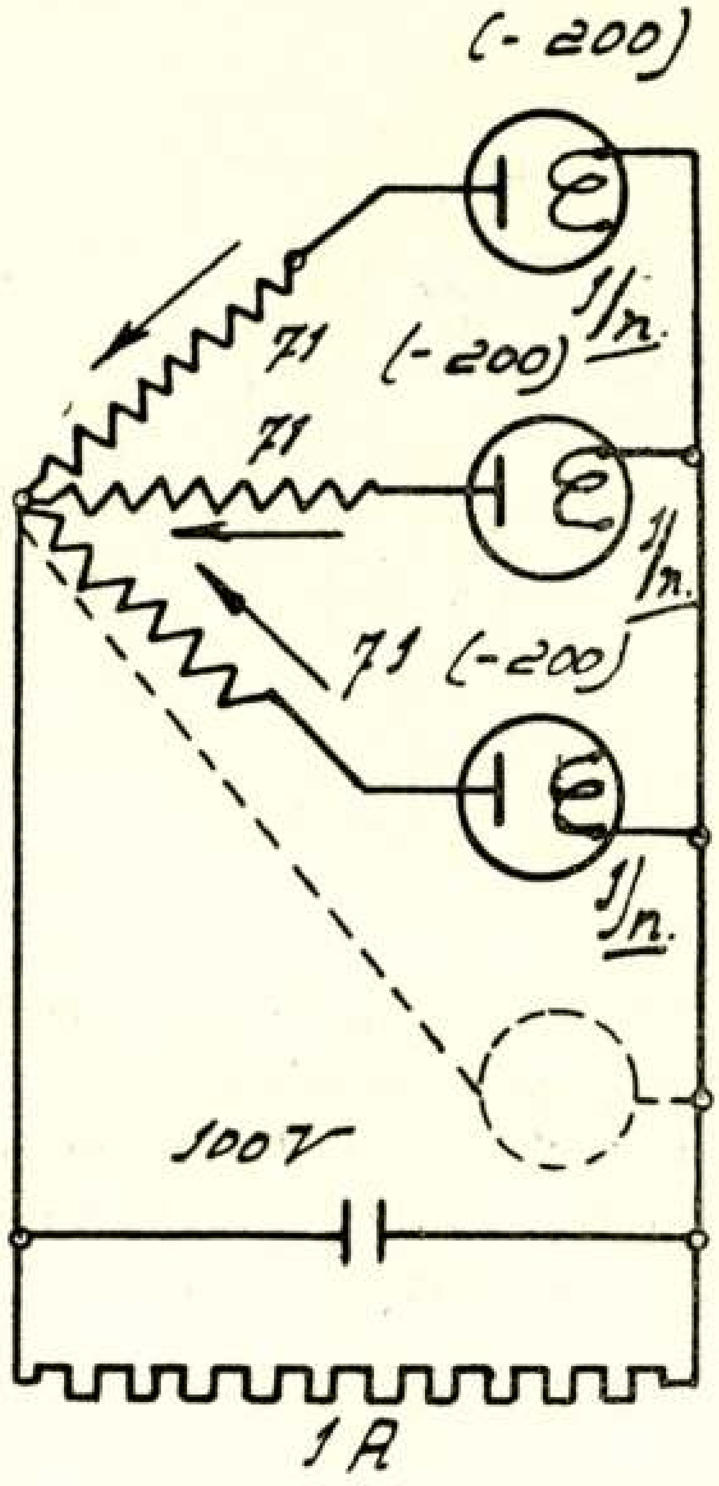
Het maakt bij fig. I f geen principieel verschil of één der buizen, elk in haar eigen circuit, naar een andere plaats verhuist, met behoud van haar stroomrichting. Ook mag van *beide* buizen tegelijk de stroomrichting worden omgedraaid.

n fazen in ster geschakeld (zie fig. I g).

g) Voor $\left\{\begin{matrix} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{matrix}\right\}$ zijn n secundaire wikkelingen, van elk $E_2 = 71\ V$ vereischt.

$$\text{Per buis is} \left\{\begin{matrix} i_g = \frac{1}{n}\ A \\ -e_{max} = -\ 200\ V. \end{matrix}\right.$$

Meer fazen in ring geschakeld is in het algemeen niet mogelijk, daar dan de belasting niet gemeenschappelijk te nemen is.



Figuur I g.

N.B. Schakelt men echter bij 2 fazen de belastingscondensatoren in serie en daaroverheen de gemeenschappelijke belasting, dan ontstaat de sub III te behandelen groep der *Greinacher schakelingen.*

II. DE SYSTEMEN MET HET ELEMENT DER GRAETZSCHAKELING

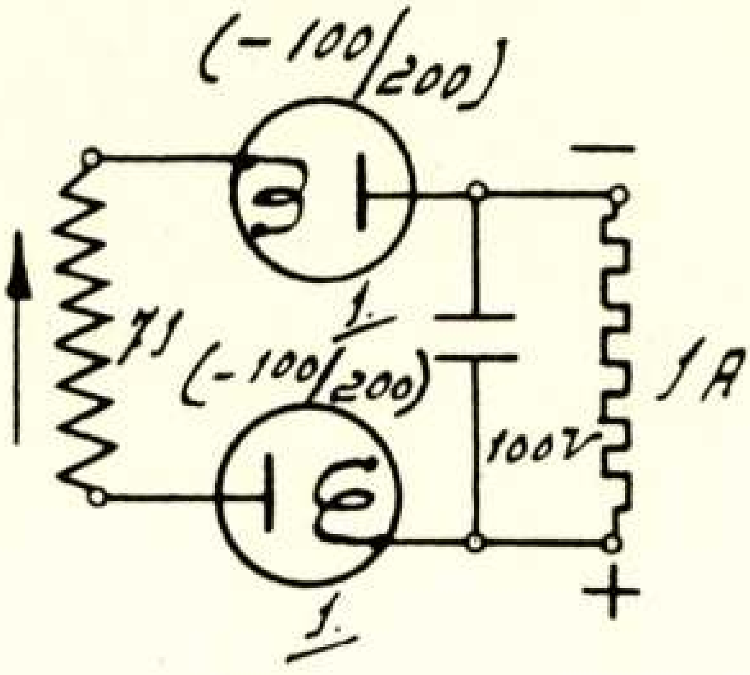
Definitie:

Elke gelijkgerichte faze heeft aan *beide zijden* een gelijkrichtbuis, waartusschen de belasting geschakeld is. Uit dit element zijn weer tal van schakelingen op te bouwen.

a) Grondelement der Graetzschakeling (zie fig. II a),

$$\text{Hier is voor} \left\{ \begin{array}{l} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{array} \right\} E_2 = 71\ V$$

en per buis is $\begin{cases} i_g = 1\ A \\ -e_{max} = -100\ V \end{cases}$



Figuur II a

Het grondelement (1 faze) is alleen bruikbaar, als condensatoren, weerstanden, of glimontladingen, voor de gelijkmatige verdeeling van de spanning over de buizen zorg dragen.

Serieschakeling levert niets principieel nieuws (zie sub I).

Parallelschakeling is mogelijk met dezelfde reeds genoemde restrictie's (zie I e).

Meerfazige systemen:

A. Ringschakeling.

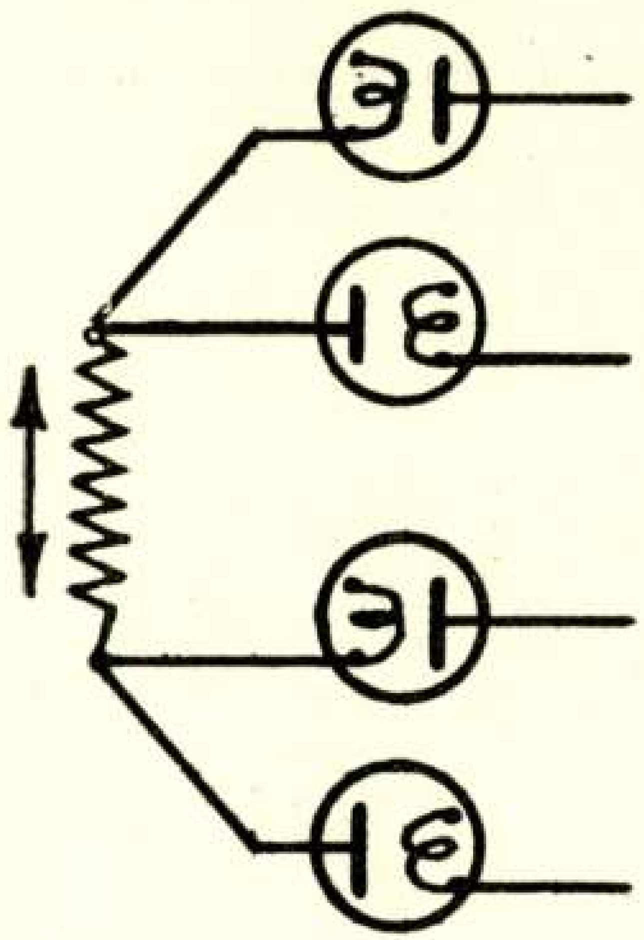
1) Meerdere fazen zijn op een gemeenschappelijke belastingcondensator te schakelen.

2) *Twee fazen,* die juist *in oppositie zijn* kunnen *samen met 1 transformatorwikkeling* toe.

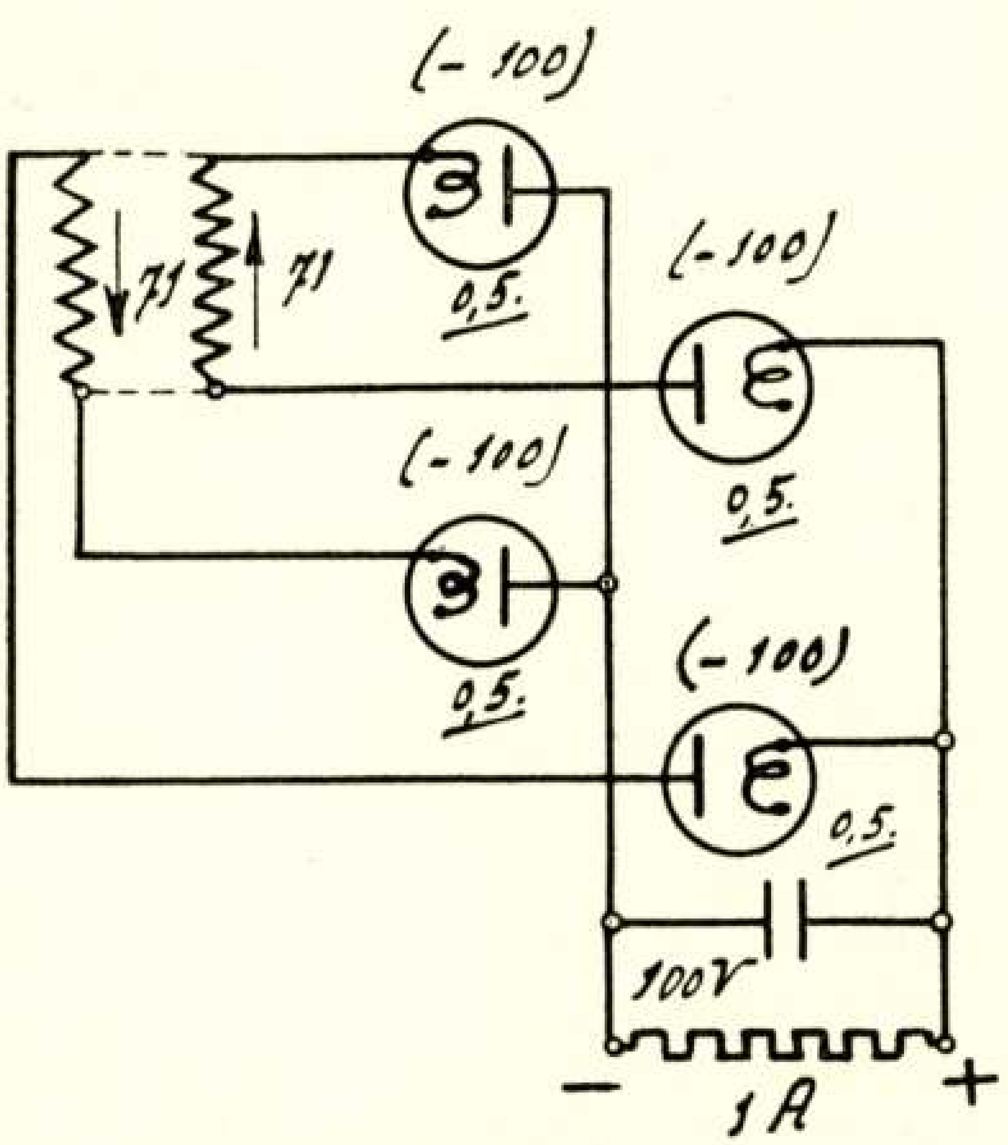
Denkt men zich nl. in fig. II b de beide wikkelingen aan elkaar verbonden volgens de gestippelde verbindingen, dan verandert er niets, want in de ééne faze kan het andere paar buizen niet meewerken en omgekeerd. Dan is tevens automatisch gezorgd, dat 100 Volt per buis komt in de tegenfaze, omdat dan over het andere buizenpaar weer een ontlading plaats vindt. Typisch voor het samennemen van 2 fazen op 1 wikkeling is, dat deze zich aan beide einden *vertakt* in een tweetal buizen, die tegengestelde richting hebben. (zie fig.)

b) Door het samennemen van 2 gelijkgerichte fazen in 1 wikke-

ling ontstaat het speciaal als *„Graetzschakeling"* in engeren zin bekende schema (zie fig. II b).



2 gelijkgerichte fazen gebruiken een gemeenschappelijke secundaire wikkeling.



Figuur II b.

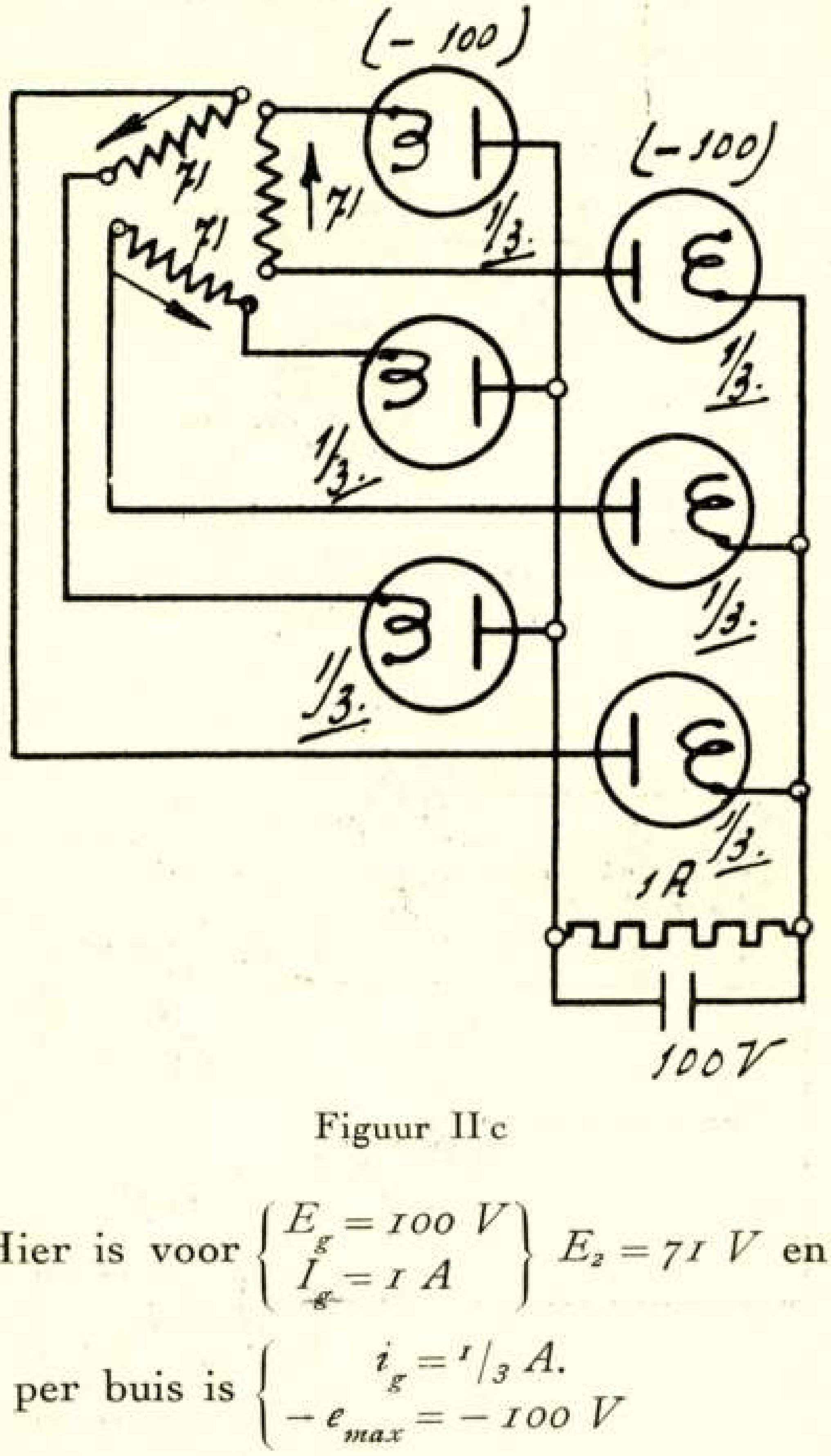
Hier is voor $\left\{ \begin{array}{l} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{array} \right\} E_2 = 71\ V$ en

per buis is $\left\{ \begin{array}{r} i_g = 0{,}5\ A \\ -e_{max} = -100\ V \end{array} \right.$

3) *Ook in meerfazen systemen kan men de spanningen, die in oppositie zijn, twee aan twee samen nemen tot 1 wikkeling* (zonder dat het aantal buizen vermindert).

4) Als het aantal fazen n even is, kan men dus met n/2 wikkelingen volstaan.

c) Bij drie fazen is daarentegen geen vereenvoudiging mogelijk (zie fig. II c).



Figuur II c

Hier is voor $\left\{ \begin{array}{l} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{array} \right\}$ $E_2 = 71\ V$ en

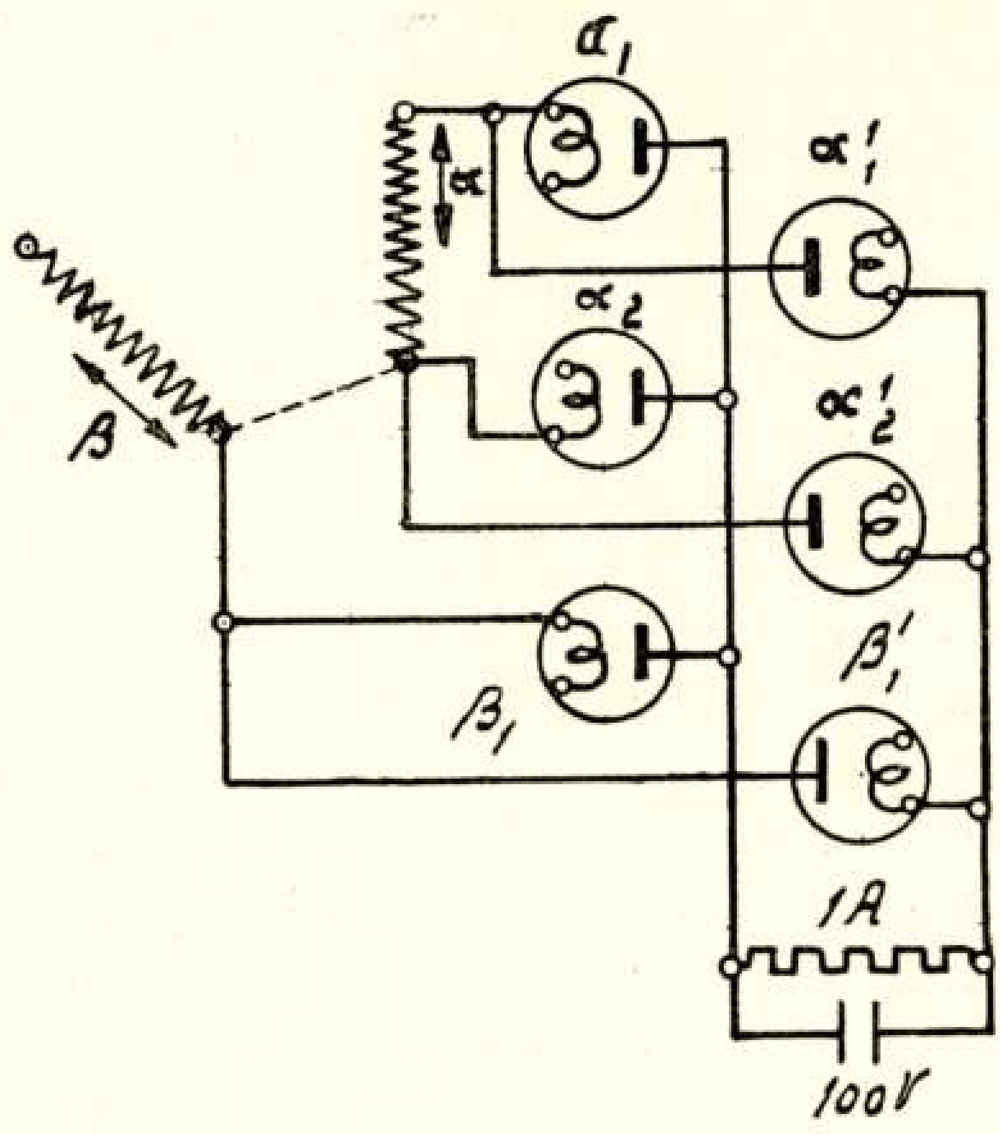
per buis is $\left\{ \begin{array}{l} i_g = {}^1/_3\ A. \\ -e_{max} = -100\ V \end{array} \right.$

Open of gesloten ringschakeling.

5) *Heeft men een even aantal fazen met n/2 wikkelingen, dan kan men verder het aantal buizen halveeren door den ring te sluiten.* Dit is duidelijk gemaakt in het volgende geval, dat betrekking heeft op een algemeen even *meerfazen*systeem.

Door de gestippelde verbinding aan te brengen in het volgende schema, komen de buizen α_2 en β_1 alsook $\alpha_2{}^1$ en $\beta_1{}^1$

parallel te staan en kunnen dus door één buis worden vervangen.



Na de ringschakeling kan men natuurlijk ad libitum de gesloten veelhoek door zijn aequivalente ster vervangen.

Bij den *gesloten ring* of zijn aequivalente ster is het onmogelijk het n fazen systeem anders dan volledig gelijk te richten. Zoo is bij den gesloten driehoek (of de driefazige ster) alleen zesvoudig gelijkgerichte zestakt mogelijk. Drievoudig gelijkgerichte zestakt is alleen mogelijk bij den *open driehoek*. Bij den open driehoek is met het dubbele aantal buizen ook 6-voudige 6-takt mogelijk.

De gelijkspanning.

Bij de gesloten ringschakeling zijn de diagonalen gelijkwaardig met de zijden. Ook aan het eind van iedere diagonaal (al of niet fysisch aanwezig) bevindt zich een vertakking van 2 gelijkrichtbuizen, die dubbelfazig de belastingscondensator laden kan. Dit behoeven daarvoor n.l. niet 2 *opvolgende* hoekpunten te zijn. Natuurlijk laadt de condensator zich op tot *de hoogste spanning*, die erop werken kan.

6) *Zoo krijgt men bij de open ring eenvoudig de top van de fazespanning, maar bij de gesloten ring de top van de grootste gekoppelde spanning.*

Dit kan ten gevolge hebben, dat *het aantal gelijkgerichte fazen*

weer vermindert. Een regelmatige n-hoek heeft nl. n (grootste) diagonalen als n *oneven* is, doch n/2 grootste diagonalen als n even is, omdat ze dan twee aan twee samenvallen.

Sluit men derhalve van een systeem met

n wikkelingen, n gelijkgerichte fazen en dus 2n buizen den ring, dan verandert dit in:

n wikkelingen, 2n gelijkgerichte fazen en 2n buizen als n oneven is.

Indien n even is, verandert echter een systeem van:

n wikkelingen, n fazen, 2n buizen, bij het in ring schakelen in:

n wikkelingen, n fazen, 2n buizen.

7) *Algemeen:* Door het in ring schakelen van W wikkelingen vermindert het aantal buizen L tot de helft, als per wikkeling 4 buizen aanwezig zijn. Als per wikkeling 2 buizen aanwezig zijn, verdubbelt het aantal fazen. Als W even is, wordt bovendien *altijd* het aantal fazen tot de helft verminderd.

Bij een oneven gesloten veelhoek is het aantal gelijkgerichte fazen dus 2 × het aantal wikkelingen, bij een even gesloten veelhoek gelijk aan het aantal wikkelingen.

Voorbeelden:

$W=4 \quad n=4 \quad L=8$ wordt:

$W=4 \quad n=\frac{2\times 4}{2}=4 \quad L=8$

En:

$W=4 \quad n=8 \quad L=16$ wordt:

$W=4 \quad n=\frac{8}{2}=4 \quad L=\frac{16}{2}=8$

Daarentegen gaat:

$W=5 \quad n=5 \quad L=10$ over in:

$W=5 \quad n=10 \quad L=10$

en ook:

$W=5 \quad n=10 \quad L=20$ wordt:

$W=5 \quad n=10 \quad L=20/2=10$

8) N.B. Het kan derhalve zijn nut hebben, door den ring *niet* te sluiten, de belasting over een grooter aantal buizen gelijkmatig te verdeelen, nl. als men aan de bovenste grens der *stroombelasting* per buis is. Bij gesloten ring kan men de belasting slechts over meer buizen verdeelen, met speciale middelen (zuigsmoorspoelen, bijv.), want laagvacuumdiodes laten zich niet zoo maar parallelschakelen.

Bij open ring maakt men de W (2 fazen) systemen weer onafhankelijk van elkander, zoodat zich dan het geval voordoet,

waarop sub I d gezinspeeld werd, dat de spanningsverdeeling in de negatieve faze niet automatisch over beide buizen van 1 faze gelijkmatig is. Een gelukkige omstandigheid is, dat echter juist bij laagvacuumdiodes (die bij gesloten ring niet parallel werken kunnen) de glimontlading in de negatieve faze voor de goede spanningsverdeeling zorg draagt.

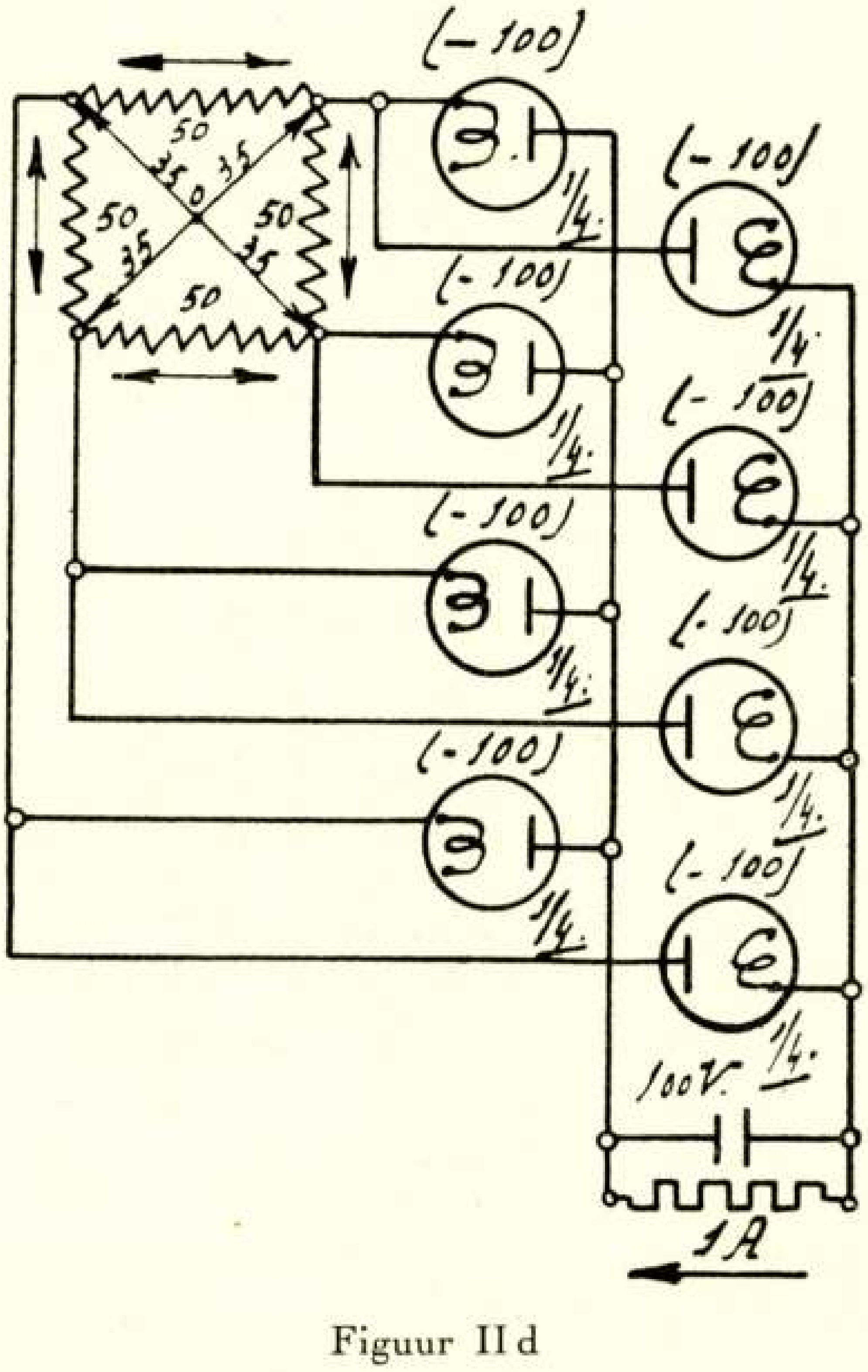
Resumeerend beschouwen we nu de verschillende gevallen met *gesloten ring*, hetgeen in de practijk het meest zal voorkomen.

$n = 1$ zie a

$n = 2$ zie b

$n = 3$ zie c

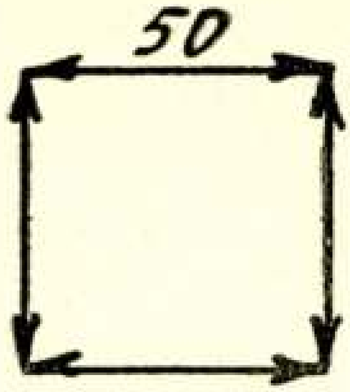
d) $n = 4$ Zie fig. II d.



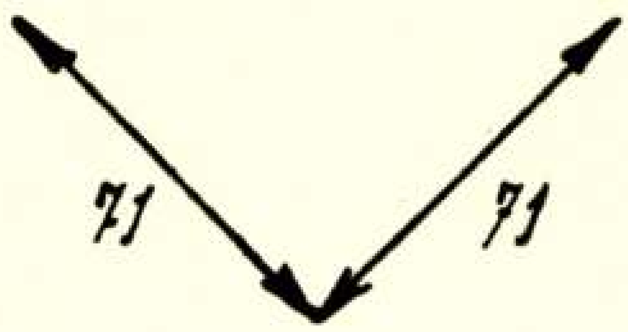
Figuur II d

Hier is voor $\left\{ \begin{matrix} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{matrix} \right\} E_2 = 4 \times 50\ V$ en $\left\{ \begin{matrix} i_g = 1/4\ A \\ -e_{max} = -100\ V. \end{matrix} \right.$

In plaats van 4 wikkelingen van 50 V in vierhoek (of de aequivalente ster 4 × 35 V),

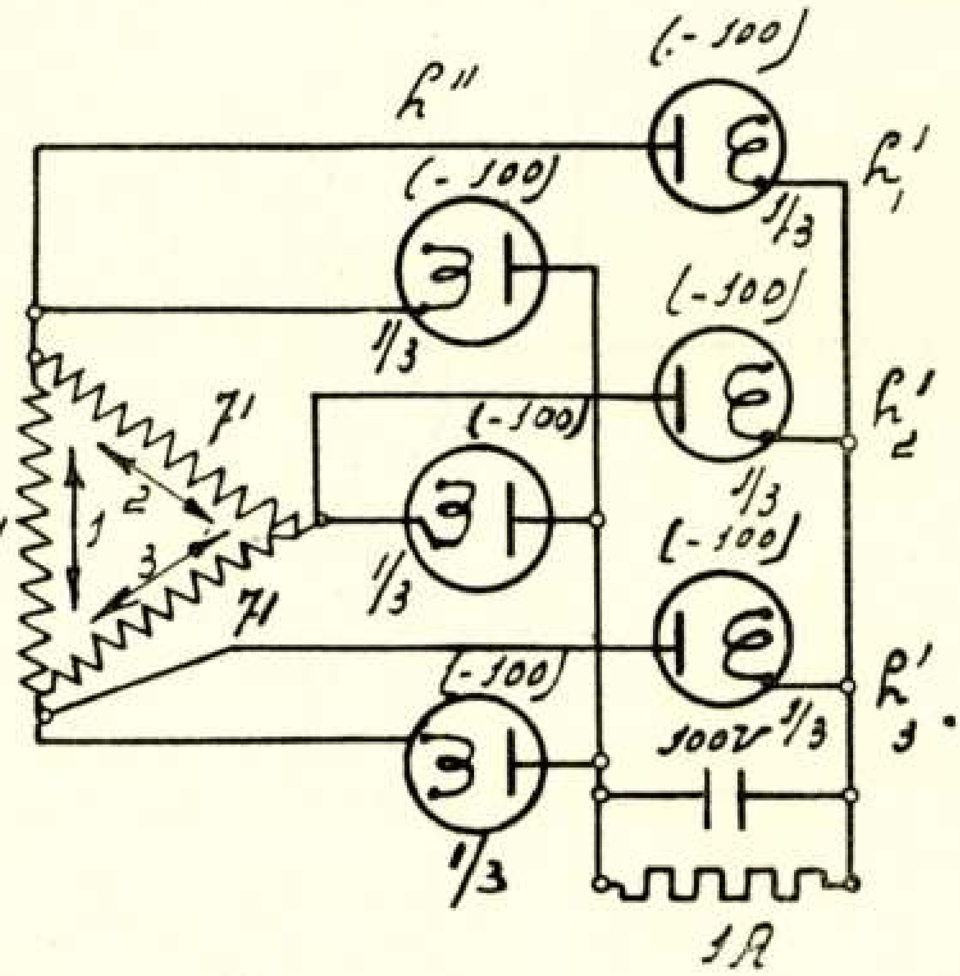


kan men ook 4 fazen van twee open wikkelingen (overeenkomstig de diagonalen) nemen.



e) $n = 6$. Zie fig. II e.

Dit is een zeer bekend geworden schema. Het geval doet zich hier voor, dat feitelijk slechts het halve aantal buizen is



Figuur II e

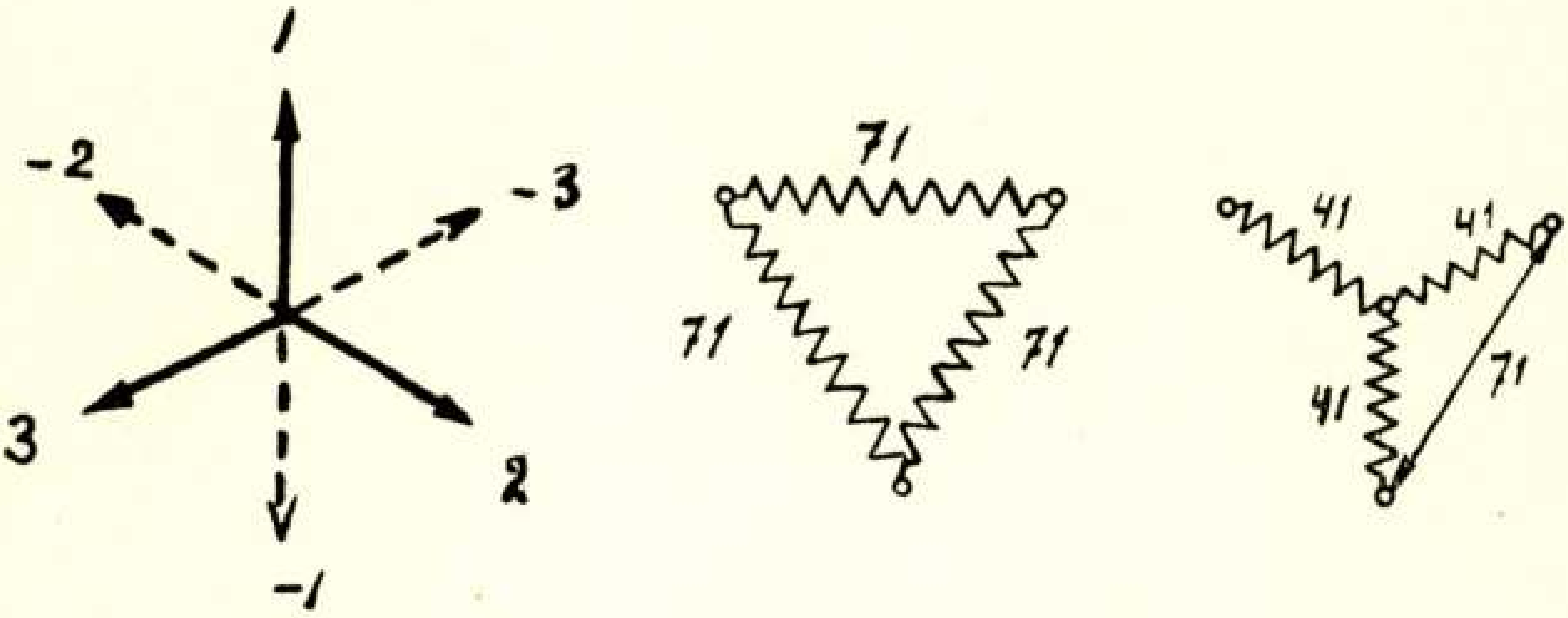
overgebleven (Stelling 7), zoodat zelfs minder buizen aanwezig zijn dan bij $n = 4$ (fig. II d).

Wederom is voor $\left\{ \begin{array}{l} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{array} \right\}$ $E_2 = 6 \times 71\ V$ (3 wikkelingen)

$$\text{en} \left\{ \begin{array}{c} i_g = 1/3\ A \\ -e_{max} = -100\ V \end{array} \right.$$

Elke buis geeft $^2/_6$ periode stroom, bijv. buis L'_2, eerst gedurende 60° van de gekoppelde spanning − 3 en onmiddellijk daarop nog 60° van de gekoppelde spanning + 2.

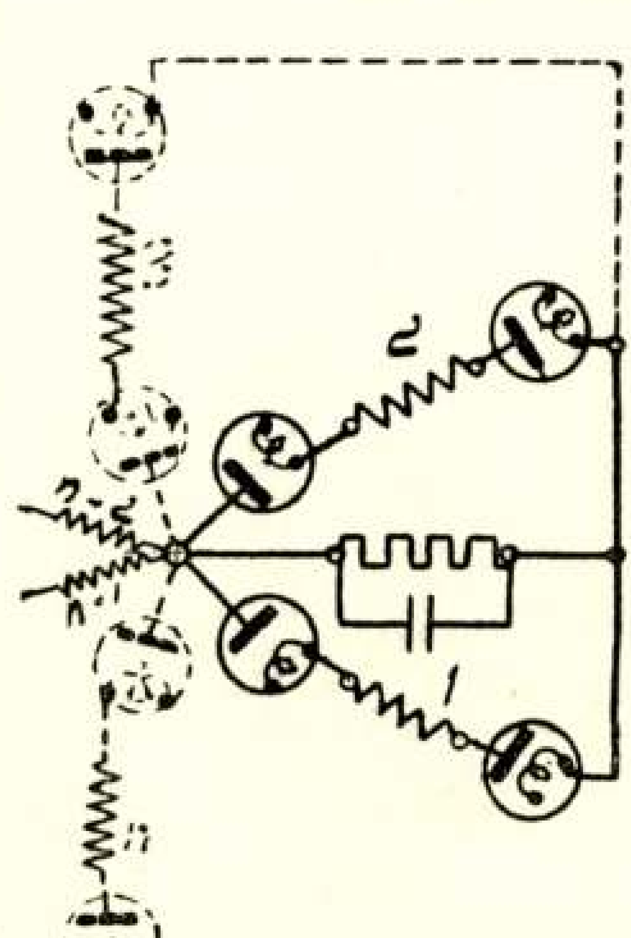
Van de 120° dat elke buis werkt, werkt zij echter beurtelings 60° in serie met een andere buis.



De systemen L' en L'' zijn dus 60° in faze verschoven en werken elk voor zich in drievoudige 3-takt gelijkrichting. In de belasting is echter zesvoudige 6-takt gelijkrichting. In plaats van 3 wikkelingen in driehoek kan men ook de aequivalente ster nemen: dan volstaan 3 wikkelingen van 41 V voor de 6 secundaire spanningen E_2.

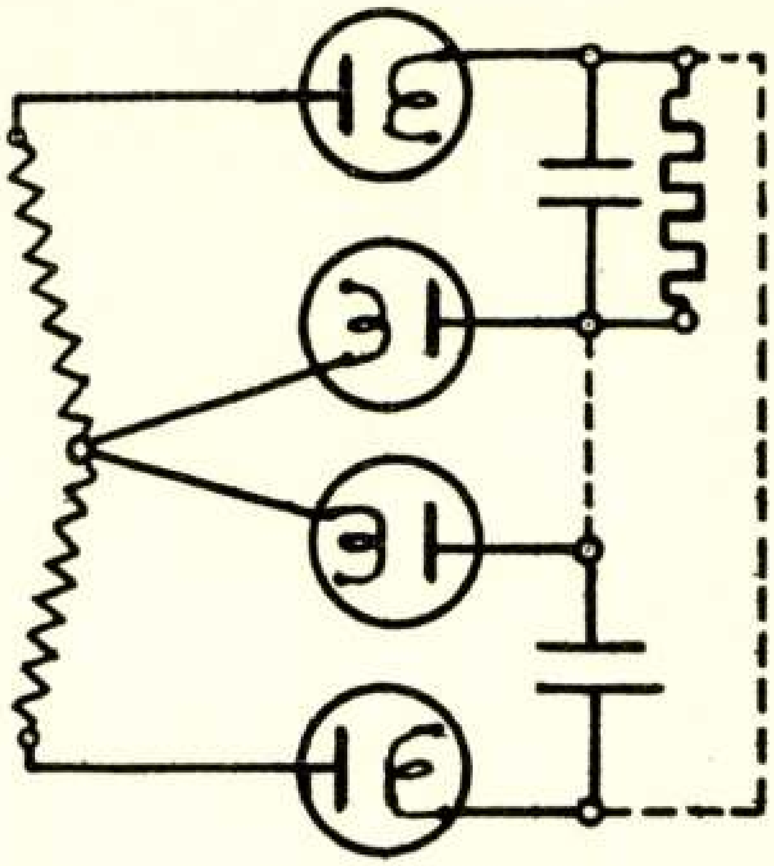
B. Sterschakeling.

Er is reeds op gewezen, dat een sterschakeling aequivalent is met een *gesloten* veelhoek. Een *sterschakeling* met in elke straal een compleet Graetz-element heeft geen nieuwe beteekenis (zie fig.).



Wat we sub A „open veelhoek" noemden, zou echter ook als „open sterschakeling" op te vatten zijn.

Andere sterschakeling van Graetzelementen (zie fig.).



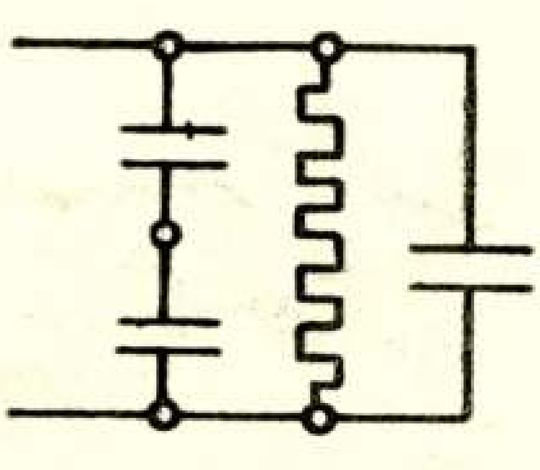
Ook dit heeft geen zin, want dat komt neer op schema I_g, met een aantal buizen parallel (te vervangen door één groote) in de gelijkstroomleiding, die naar het sterpunt gaat.

III. DE SYSTEMEN MET HET ELEMENT DER GREINACHER SCHAKELING

De elementen I a, die men in serie schakelt volgens I b behoeven niet in faze te zijn, als men de condensatoren niet vervangt door één gemeenschappelijke, doch eenvoudig in serie schakelt.

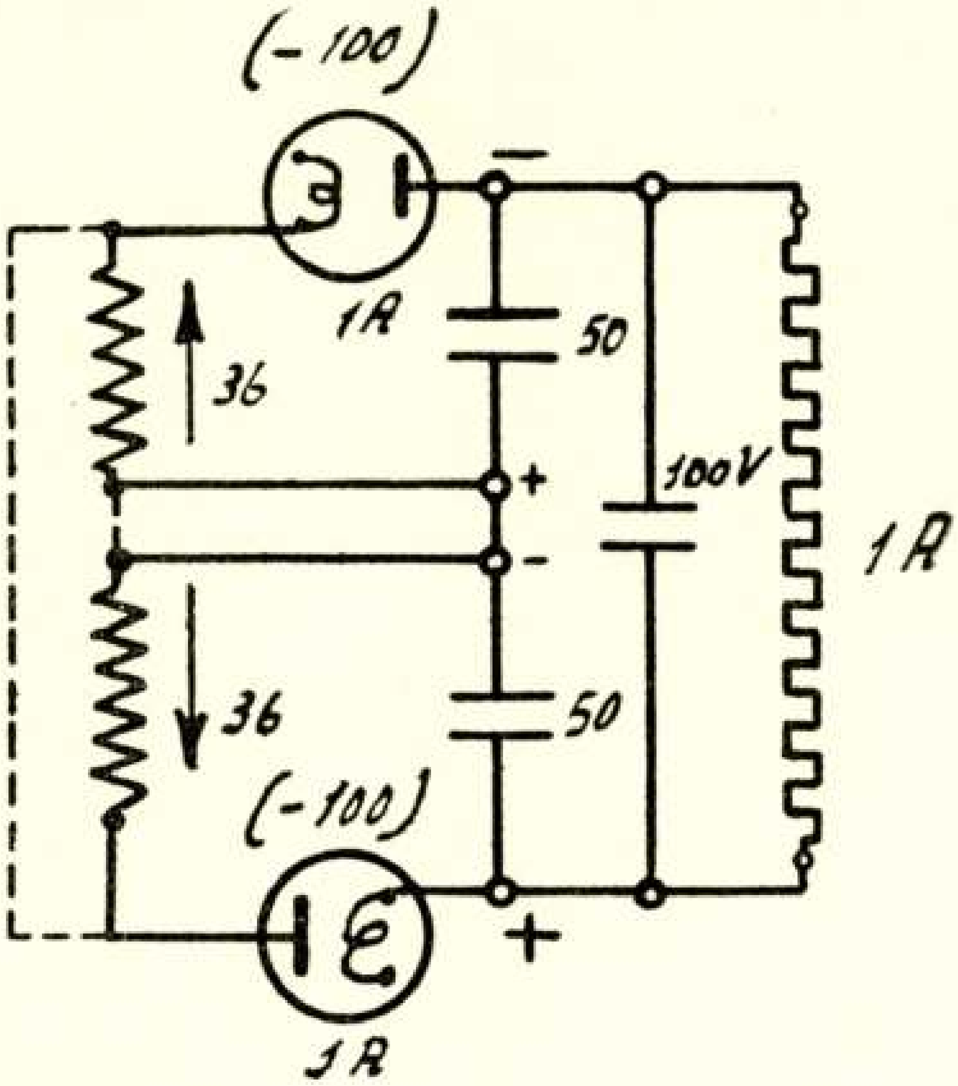
Definitie:

Bij de Greinacher schakeling zijn 2 belastingscondensatoren (die elk op eigen wijze geladen worden) in serie geschakeld, met daaroverheen een gemeenschappelijke belasting.



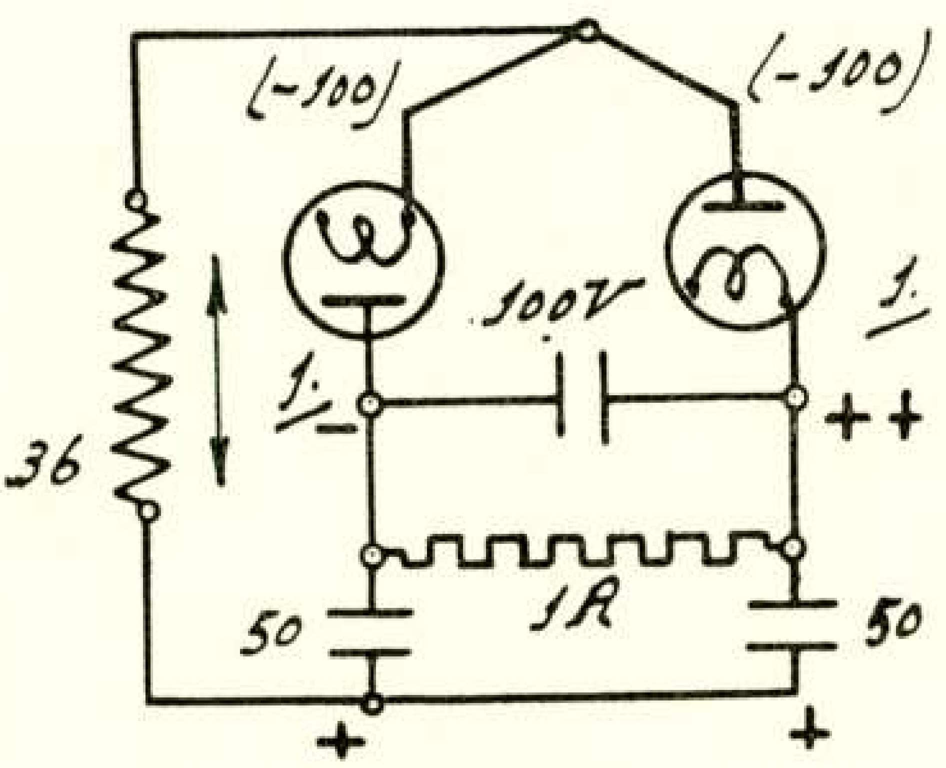
Van twee condensatoren, die juist in tegenfaze geladen worden, kan men de transformatorwikkeling gemeenschappelijk nemen, dank zij een vertakking in 2 afzonderlijke circuits voor elke faze,

d. m. v. de tegengeschakelde gelijkrichtbuizen. (Dit laatste werd ook bij Graetz toegepast).



Greinacher schakeling met 2 transformatorwikkelingen.

Door nl. in bovenstaande figuur de gestippelde verbindingen aan te brengen ontstaat het eenvoudigste *tweefazige Greinacher element* van fig. III a.



Figuur IIIa

a) Dan is voor $\begin{Bmatrix} E_g = 100\ V \\ I_g = 1\ A \end{Bmatrix}$ E_2 slechts $36\ V$ en $\begin{cases} i_g = 1\ A \\ -e_{max} = -100\ V \end{cases}$

Merkwaardig is de zeer lage secundaire wisselspanning, waarbij men een bepaalde gelijkspanning verkrijgt. Men zou kunnen zeggen, dat de helft van den transformator door condensatoren

vervangen is. (De overblijvende helft moet dan natuurlijk ook 2× zooveel leveren, om mede den condensator te laden, die straks in de neg. faze de stroomlevering voor die helft der belasting zal overnemen.) De buizen zijn eveneens momenteel zwaar belast. De rimpel in de belasting heeft hier de dubbele grondfrequentie (als bij schema I f), maar evenwel is de rimpel in grootte voor een gegeven waarde van den condensator van dezelfde orde als bij type Ia, omdat elke helft van den condensator slechts in *enkelvoudige* 2-takt geladen wordt. Met dit element als prototype zijn weer een aantal schakelingen mogelijk. Men zou ook nog uit kunnen gaan van een driefazig, vierfazig enz. Greinacher systeem (III a is daar een bijzonder geval van) als bouwsteen van nieuwe schakelingen. Dit laatste zou ons te ver voeren.

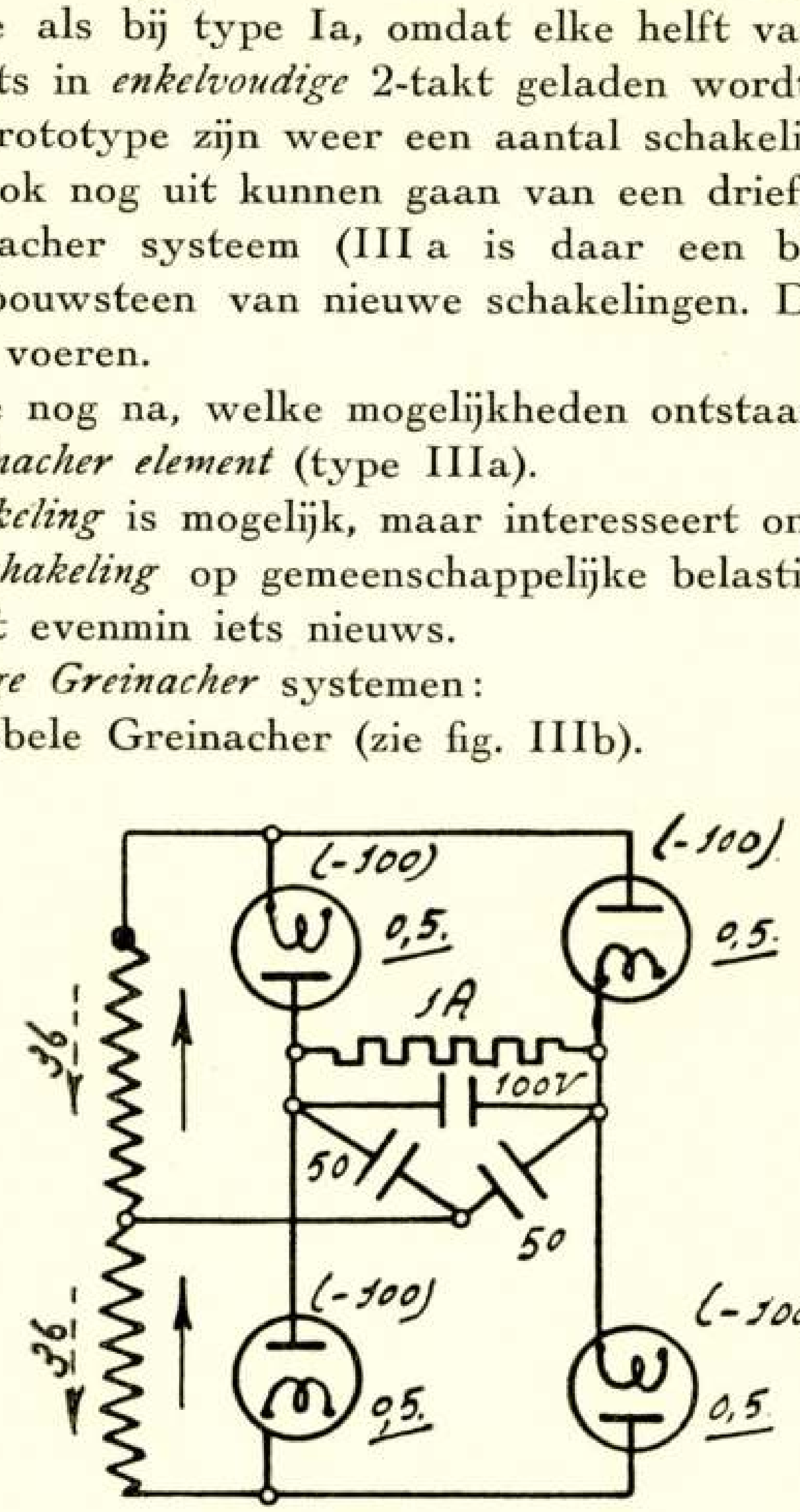
Gaan we nog na, welke mogelijkheden ontstaan uit het *tweefazige Greinacher element* (type IIIa).

Serieschakeling is mogelijk, maar interesseert ons verder niet.

Parallelschakeling op gemeenschappelijke belasting is mogelijk maar levert evenmin iets nieuws.

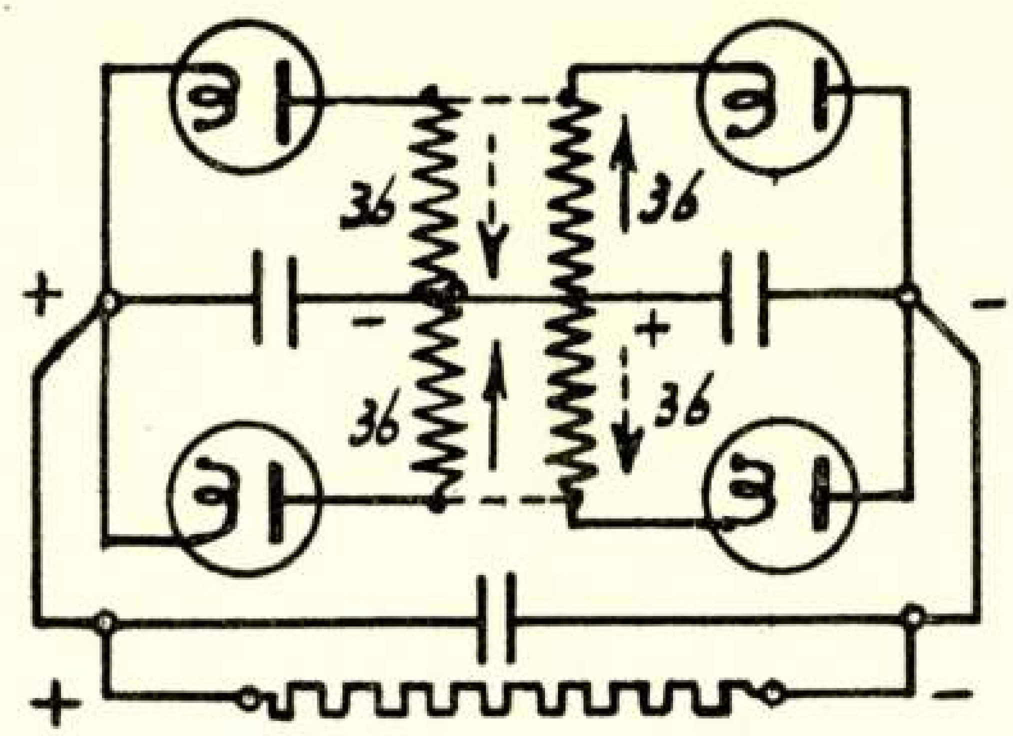
Meerfazige Greinacher systemen:

b). Dubbele Greinacher (zie fig. IIIb).



Figuur IIIb

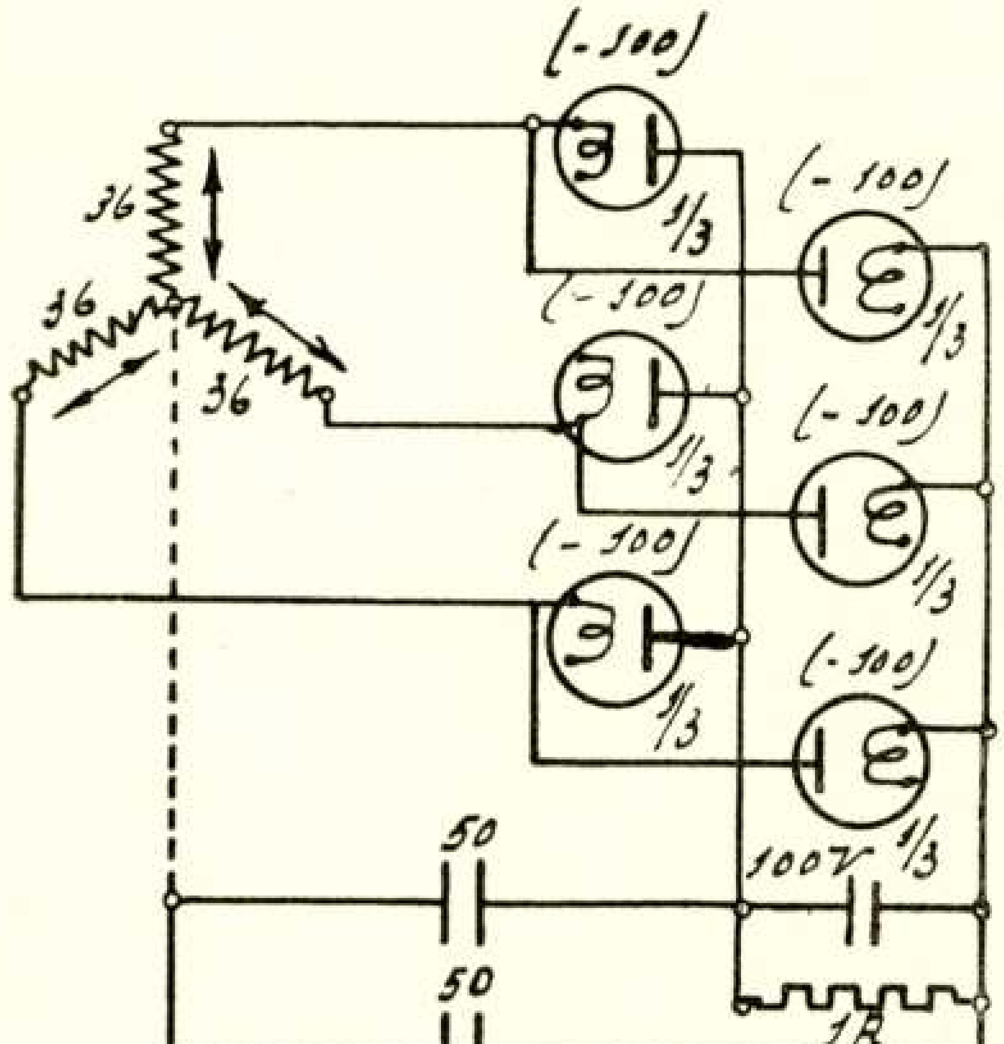
Men kan elke helft van den condensator ook dubbelwerkend laden. Men krijgt dan volmaakt hetzelfde als door twee elementen I_f *in serie* te schakelen met zoodanige stroomrichting, dat de vier fazenwikkelingen weer 2 aan 2 zijn samen te nemen (zie fig.). De dubbele Greinacher is identiek met de tweefazige Graetz, waarbij het midden van de belasting (capacitief) aan



2 × schema I_f (*in serie*)

het midden van de voeding is gelegd. Dit laatste is ook het geval bij meerfazen.

c) *Meerfazige Greinacher.* (zie fig. III c).



Figuur III c

Het „midden" is dan het meetkundige midden d.w.z. het secundaire sterpunt. Het onderscheid met Graetz (fig. IIe) is dan dit, dat dankzij de condensatoren naar het sterpunt een hoogere gelijkspanning ontstaat. Naarmate men meer fazen neemt, wordt dit verschil geringer.

Driehoekschakeling met Greinacher elementen is onmogelijk.

	NET					GELIJKRICHTER BUIS				BELASTING			
	PRIMAIR		SECUNDAIR									RIMPEL	
	Aantal fazen	Aantal wikke-lingen	Aantal fazen	Aantal wikke-lingen	Spanning (uiterlijk)	Aantal	Stroom-duur per periode	i_g	Maximum spanning in omgekeerde richting (C groot)	Volt	Ampère	Naam	Symbool
I. SYSTEMEN MET 1 BUIS PER FAZE													
a.	1	1	1	1	71 V.	1	½	1 A	—200 V.	100	1,00	Enkelvoudige tweetakt	½
b.	n (1)	n (1)	n	n	71/n „	n	½	1 „	—200/n „	„	„	„ „	½
c.	1	1	1	1	71 „	n	½	1 „	—200/n „	„	„	„ „	½
d.	2 (1)	2 (1)	2	2	35,5 „	2	½	1 „	—100 „	„	„	„ „	½
									(—200)				
e.	n (1)	n (1)	n (1)	n (1)	71 „	n	½	1/n „	—200 „	„	„	„ „	½
f.	2 (1)	2 (1)	2	2	71 „	2	½	½ „	—200 „	„	„	Dubbelwerkende tweetakt	2/2
g.	3 (2)	3 (3)	3	3	71 „	3	1/3	1/3 „	—200 „	„	„	Drievoudigwerkende 3-takt	3 3
	4 (2, 3)	4 (2, 3)	4	4	71 „	4	¼	¼ „	—200 „	„	„	idem	4 4
	n (--)	n (--)	n	n	71 „	n	1/n	1/n „	—200 „	„	„	n-voudigwerkende n-takt	n/n
II. SYSTEMEN MET HET ELEMENT DER GRAETZ-SCHAKELING													
a.	1	1	1	1	71 V.	2	½	1 A	—100(200) V.	100	1,00	Enkelvoudige tweetakt	½
b.	2 (1)	2 (1)	2	1	71 „	4	½	½ „	—100 V	„	„	Dubbelwerkende 2-takt	2/2
c.	3	3	3	3	71 „	6	1/3	1/3 „	—100 „	„	„	3-voudige 3-takt (of 6-takt)	3/3 (of 3/6)
d.	4 (2)	4 (2)	4	4(△)(2)	50 (71) „	8	¼	¼ „	—100 „	„	„	Viervoudige 4-takt	4/4
e.	3 (-)	3 (-)	6	3(△)	71 „	6	2/6	1/3 „	—100 „	„	„	Zesvoudige 6-takt	6/6
	n kan op verschillende manieren.					2 n	1/n	1/n „	—100 „	„	„	n-voudig werkende n-takt	n/n
III. SYSTEMEN MET HET ELEMENT DER GREINACHER-SCHAKELING													
a.	2 (1)	2 (1)	2	1	36 V.	2	½	1 A	—100 V	100	100	2 × enkelvoudige 2-takt	2 × ½
b.	2 (1)	2 (1)	4	2(λ)	36 „	4	½	½ „	—100 „	„	„	2 × dubbele 2-takt	2 × 2/2
c.	3	3	6	3(λ)	36 „	6	1/3	1/3 „	—100 „	„	„	2 × drievoudige 3-takt	2 × 3/3
	n	n	2 n	n(λ)	36 „	2 n	1/n	1/n „	—100 „	„	„	2 × n-voudige n-takt	2 × n/n

In de tabellen I, II en III zijn de getallen, waar het bij deze beschouwingen op aan komt, vereenigd. Hoe de schakeling ook is, steeds is, om een bepaald gelijkstroomvermogen te krijgen. het product van het benoodigd aantal buizen, de gemiddelde stroom per buis, en de max. neg. spanning per buis hetzelfde.

Wat *niet* hetzelfde is, is de gelijkspanning, die in het algemeen bereikt kan worden bij gegeven $-e_{max}$ per buis. Om een paar voorbeelden[1] te noemen: Bij *hoogvacuumgelijkrichterbuizen*, die vroeger algemeen in zendinstallaties gebruikelijk waren, was men eerder beperkt in den stroom dan in de spanning en schakelde men tot alle voorkomende spanningen, volgens groep I, behalve bij Röntgeninstallaties, waar de spanningen zeer veel hooger waren hetgeen andere schakelingen noodig maakte.

Bij *laagvacuumgelijkrichterbuizen*, die thans voor zendinstallaties van meer en meer belang worden, bestaan twee constructies, [1]) a) een opstelling, waarbij principieel $-e_{max}$ beperkt is, en b) een opstelling met pos. zuil, die voor alle spanningen geconstrueerd kan worden. Bij groep a) zijn dan ook algemeen de Graetzschakelingen (Groep II) toegepast geworden, bij groep b) kan men als voorheen volgens groep I blijven schakelen, *waardoor het halve aantal buizen toereikend is* (Hetgeen natuurlijk eigenlijk alleen maar zeggen wil, dat het vermogen per buis is opgevoerd, doordat bij denzelfden stroom $+i_{max}$ hoogere spanning $-e_{max}$ bereikt werd).

Bij *metalen (contact-)gelijkrichters* (die voor toepassing in de radiotechniek van minder belang zijn) heeft men bij den huidigen stand der techniek altijd een zeer beperkt vermogen per element, en kan men grootere vermogens toch alleen verkrijgen door serie — *en* parallelschakeling van een groot aantal elementen. In dat geval is de gekozen schakeling in zekeren zin onverschillig en wordt alleen bepaald door de vraag, welke schakeling de lichtste-, eenvoudigste- of goedkoopste transformator mogelijk maakt.

Resumeerend kunnen wij dus zeggen, dat bij

Groep I de vereischte spanning per buis tweemaal zoo hoog is als bij II en III om *dezelfde gelijkspanning* te krijgen.

Groep II (Graetz). Hier is de spanning per buis lager, doch de stroom per buis moet evenveel hooger zijn voor een bepaalden gelijkstroom, daar steeds 2 buizen in serie

---

[1]) J. G. W. Mulder: Een nieuw systeem gelijkrichterlampen TS. f. Ned. Rad. Genootschap. Juli 1931.

doorloopen worden, en dus het dubbele aantal buizen is vereischt.

Groep III. (Greinacher). Deze schakeling is voor hooge fazentallen nauwelijks verschillend van II. Voor lage is het typisch, dat ongeveer de *halve secundaire spanning* toereikend is voor een bepaalde gelijkspanning. (Men zou kunnen zeggen, dat de helft van den transformator is vervangen door condensatoren, die echter een extra belasting voor de overblijvende transformatorhelft vormen). Daar een deel van den tijd de stroom door condensatoren wordt geleverd, die gedurende een ander deel moeten worden geladen, zijn ook buizen met grooter stroom (en lagere spanning) noodig dan bij I.

De transformator is bij II en III gunstiger belast dan bij I (kleiner gemiddeld *k V A* vermogen). Echter is met een transformator, voor schakelgroep I niet altijd over te gaan op II of III, omdat de potentiaal van het secundaire sterpunt dan een heel andere wordt.

Het gevolg is, dat men in bestaande installatie's de hoogvacuumdiodes met waterkoeling, wel altijd kan vervangen door de op blz 121 genoemde kwikdampgloeidraadgelijkrichters met pos. zuilontlading (b), doch slechts *somtyds* door het andere type (a).

21 Augustus 1931.

SUMMARY

The different possible wiring methods for rectifier installations, using a number of rectifiervalves, are considered systematically. They are divided into 3 groups, each of which is obtained from the fundamental group-type, by connecting 1, 2, 3 etc. of such „elements", resp. in series, in parallel, and multiphased.

In that way all possibilities appear. Their characteristic peculiarities are discussed.

In literature a considerable entanglement exists in the *nomenclature* of the different wiring methods. A proposition is made to give systematic names to the different schemes of connections with regards to the number of rectified phases. They are chosen from well-known and usual names, out of multiple-plunger machine technics.

As can be seen from the tables, with every scheme of connections the product of number of valves, mean rectified current and peak inverse voltage per valve is constant for a given output.

The difference between those methods consists in the D.C. voltage (resp. current), that can be obtained at all, when the peak inverse voltage (resp. rectified current) per valve has a given value.

Group I (usual connection for high vacuum diodes) is fit for valves with rather high peak inverse voltage and relatively low current output.

Group II (Graetz systems) is fit for valves with rather low peak inverse voltage and relatively high current output (hot cathode rectifier tubes with mercury vapour).

Group III (Greinacher systems) equals the Graetz systems with respect to the valves and becomes even nearly the same for higher numbers of rectified phases.

A new system of gasfilled rectifier tubes is mentioned, which has been developed by us and which allows the method of connection of Group I up to every voltage.

EEN EN ANDER UIT HET RADIOLABORATORIUM TE BANDOENG

door

W. F. EINTHOVEN

In het begin van 1928 waren in Indië twee telefoniezenders aanwezig. De eerste zender was a. n. h. op ± 17 m golf, opgesteld te Malabar, en de tweede was a. n. e. op 15,93 m in het radiolaboratorium te Bandoeng.

A.n.h. was destijds in zeer korten tijd door Dr. de Groot gebouwd en bestond uit een zelf genereerenden zender met Heising modulatie. Het was een eenvoudig geheel, echter met eenige bezwaren voor het bedrijf n.m. het instellen was moeilijk en een kleine ontstelling kon groote kwaliteitsverschillen in de spraak teweeg brengen, voornamelijk veroorzaakt door frequentie modulatie, en tevens hadden bewegingen van de antenne een slingeren van de golflengte tot gevolg.

A.n.e. had deze bezwaren niet, doordat de zender kristal bestuurd was. Deze zender bestond echter uit een groot aantal trappen en daar alle gloeidraden op gelijkstroom brandden en ook de plaatspanningen van de kleinere trappen op batterijen stonden, was er veel bediening voor dezen zender noodig.

Voor het regelmatige bedrijf was dit lastig en er bestond een groote behoefte aan een kristal bestuurden zender, die zoo min mogelijk batterijen en machines noodig had.

Het plan werd toen opgevat om te probeeren een zender te maken, die geheel op wisselstroom werkte, zonder gebruik te maken van batterijen en machines. Het komt voor zoo'n zender er nogal op aan, dat de bromtoon, die ontstaat door de wisselstroomvoeding van de gloeidraden, voldoende klein gehouden wordt. Dit is te bereiken door voor de kristaltrap indirect verhitte lampen te kiezen en er voor te zorgen, dat de volgende trappen een dusdanig sterken stuurstroom hebben, dat kleine amplitude variatie's van den stuurstroom geen of een zoo klein

mogelijken invloed hebben op de afgeleverde energie. Het is dus niet wenschelijk de modulatie op een der voortrappen te doen plaats vinden, daar in dit geval de stuurstroom van de volgende trappen zoo moet zijn gesteld, dat er een zoo volledig mogelijke evenredigheid bestaat tusschen den stuurstroom en de afgeleverde energie. Er bleef dus geen andere oplossing over dan plaatspanningmodulatie van de laatste trap. Dit is tevens het modulatie-systeem dat in het bedrijf met eenvoudig personeel het minst afhankelijk is van kleine instelfouten. Daar het maken van een grooten transformator in Indië op eenige moeilijkheden afstuitte en tevens gevreesd werd, dat een dergelijke transformator niet voldoende gelijkmatig voor een grooten frequentieband zou transformeeren (dit laatste in verband met de plannen om meerdere telefoonkanalen op een zender te zetten) moest een oplossing worden gekozen met een directe koppeling tusschen de platen van zendlampen en modulatorlampen en moest een smoorspoel voor de voeding worden toegepast. Een afzonderlijke gelijkrichter van 4000 volt zorgt er voor dat de modulatoren een hoogere spanning krijgen dan de zendlampen, hetgeen noodig is om volle modulatiediepte te kunnen verkrijgen.

Het is gelukt om de zender te laten bestaan uit slechts vijf trappen, n.m.l. de kristaltrap, drie verdubbelingstrappen en de eindtrap. Voor de langere golven wordt de tweede verdubbeling veranderd in een versterkingstrap op gelijkfrequentie. De eindtrap bestaat uit 4 watergekoelde Philipsbuizen, van het grootste korte golf type. In den beginne werden eenige moeilijkheden ondervonden met het klein genoeg houden van de brom, die veroorzaakt werd door de wisselstroomvoeding. Het bleek al spoedig dat de grootste moeilijkheid niet was om de op de draaggolf normaal gemoduleerde brom zwak te houden. Dit was toch gemakkelijk te bereiken door de stuurstroomen voor de respectievelijke trappen zoo groot te houden, dat wijziging in dien stuurstroom geen noemenswaardige verandering in de door dien trap afgeleverde energie tengevolge had. Moeilijker was het echter de brom, die op de draaggolf-frequentie gemoduleerd was, klein te houden. Dit verschijnsel vertoont bovendien de groote onaangenaamheid niet of zeer moeilijk waarneembaar te zijn in de directe omgeving van den zender, terwijl op grooten afstand deze frequentie-modulatie een zeer hinderlijke brom veroorzaken kan. De oorzaak van deze frequentie-modulatie moet gezocht worden in een beïnvloeding van de kristaltrap door den wisselstroom. Allereerst werden daarom dus de plaat- en rooster-

spanning van de kristaltrapbuizen van extra afvlakkingen voorzien. Ook werd getracht de indirect verhitte buizen nog op gelijkstroom te laten branden. Dit heeft echter geen noemenswaardig resultaat opgeleverd, zoodat de heele zaak neerkwam op de keuze van de juiste 2^0 trap, die dienst deed als scheidingstrap, d. w. z. alle terugwerking van de verdere trappen moest tegengehouden. Voor deze 2^0 trap werden eerst twee E. 443 lampen van Philips gebruikt, later de U. V. 860 van de R. C. A. Deze lampen zijn nog later weer vervangen door de overeenkomstige Q. B. $^2/_{75}$ van Philips. De gloeidraad van deze lampen is zoo aangebracht dat een brom van de direct verhitte thorium gloeidraad zoo goed als niet merkbaar is, terwijl voldoende negatieve roosterspanning kon worden gegeven om te maken dat de kristaltrap niet te veel energie afleverde in de tweede trap. De eenvoudigste manier waarop dit bereikt wordt was door de lekweerstanden van de neg. roosterspanning van de 2^0 trap zeer groot te maken, zoodat zich vanzelf een toestand instelde, waarbij de roosters van de 2^0 trap slechts een uiterst geringen gelijkstroom opnamen, dus m. a. w. dat de kristaltrap geen energie behoeft af te leveren. Verder bleek ook van groot belang dat er voor gezorgd werd, dat geen mechanische dreuning van transformatoren en regelaars het kristal konden beïnvloeden. Het is ten slotte werkelijk gelukt b.v. de ple zender op een golflengte van 15.93 m. volkomen vrij van frequentie-modulatie brom te krijgen. Alleen de voorversterkingen die ook op wisselstroom gevoed zijn, geven een geringe brom door de wisselstroom gloeidraad voeding. Deze brom is echter in het geheel niet hinderlijk en gewoonlijk zelfs niet merkbaar.

Uitgeven van tijdseinen.

Ten behoeve van de zwaartekrachtsmetingen in den Archipel werd ons door Prof. Vening Meinesz gevraagd of het mogelijk zou zijn secondetikken draadloos uit te zenden met een nauwkeurigheid van 0,001 sec., daar een dergelijke uitzending het meten van de zwaartekracht op verschillende plaatsen veel eenvoudiger zou maken omdat dan geen chronometers behoefden meegenomen te worden. Het was duidelijk dat hier met photoelectrische cellen moest worden gewerkt, daar mechanische contacten niet betrouwbaar zijn op 0,001 sec. Voor deze uitzending werd in het radiolaboratorium opgesteld één van de bij de zwaartekrachtsmetingen gebruikelijke slingers, die voorzien was van een spiegel op den slinger boven de steunpunten bevestigd.

Bij het inrichten van het optische systeem moesten de volgende punten in acht genomen worden:

1⁰. De op de photocel vallende lichtstraal moet binnen 0,001 sec. van geheel donker tot vol licht veranderen met het doel, het front, waarmee de stoot uitgezonden werd, zoo steil mogelijk te maken.

2⁰. De duur dat het licht op de cel valt behoeft niet langer dan 0,01 sec. te zijn. In dit geval kan als versterker een normale audio-frequentie versterker gebruikt worden die tusschen 100 en 1000 Hertz gelijkmatige versterking heeft. Hiervoor werd een weerstandsversterker gekozen.

3⁰. Het is wenschelijk de lichtstraal niet over de celoppervlakte te laten bewegen, daar de gebruikte photocel niet op alle plaatsen gelijke gevoeligheid heeft. Om dit te bereiken is de lens C aangebracht (zie fig. I) die de spiegel op de cel afbeeldt, zoodat het lichtvlak daar volkomen op één plaats

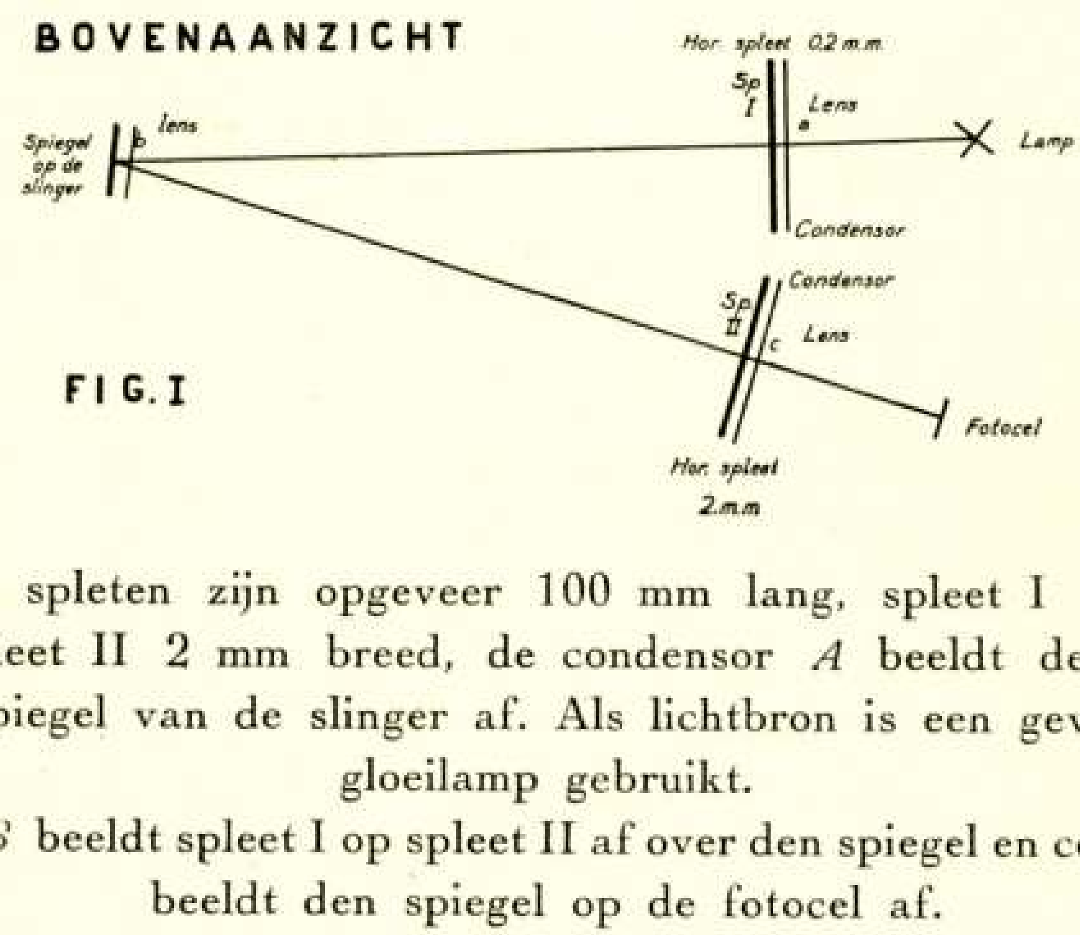


FIG. I

De beide spleten zijn opgeveer 100 mm lang, spleet I is 0,2 mm breed, spleet II 2 mm breed, de condensor *A* beeldt de lichtbron op den spiegel van de slinger af. Als lichtbron is een gewone autogloeilamp gebruikt.

De lens *B* beeldt spleet I op spleet II af over den spiegel en condensor C beeldt den spiegel op de fotocel af.

blijft staan, waarvoor dan de gevoeligste plaats van de cel kan worden uitgezocht. Dit geeft bovendien het voordeel, dat valsch licht minder gemakkelijk in de cel kan komen en dat gebruik gemaakt kan worden van een spleet, die vele malen langer is dan de grootte van de cel.

De zender was een kristal bestuurde 3 kw zender van ± 30 m. golflengte, voorzien van een lampenrelais dat zoo was ingesteld, dat steeds een werkstreep werd uitgezonden, die door de tikken van den slinger gedurende 0,01 sec. werd onderbroken. Enkele proeven werden door Prof. Vening Meinesz ge-

nomen tot afstanden van ongeveer 300 km, waar voldoende uit bleek, dat de gevraagde nauwkeurigheid van 0,001 sec. gemakkelijk kon worden bereikt. Ook bij zonsondergang bleken de fouten door de verandering van den voortplantingstijd en weglengte geen hinderlijken invloed te hebben.

Gerichte antennen.

Het meest gebruikt bij den Radiodienst in Indië zijn combinaties van horizontale dipolen. In de meeste gevallen zijn de horizontaal naast elkaar gelegen dipolen of groepen van dipolen parallel gevoed, hetzij door iedere groep met eigen draden tot vlak bij den zender te brengen, hetzij door een vertakkingssysteem te gebruiken. Ook zijn wel combinaties van deze beide systemen gemaakt. In beide gevallen echter wordt iedere groep met dezelfde grootte van E. M. K. gevoed. Uit de diagrammetingen van deze gerichte antennen bleek echter spoedig dat steeds de eerste zijlus van het horizontale richtingsdiagram grooter was dan de berekende. In de latere publicaties van Telefunken over gemeten diagrammen blijkt ook het zelfde. Bij het zoeken naar de oorzaak hiervan, werd de conclusie getrokken, dat in de uiterste dipolen meer stroom was dan in de andere dipolen en zoodoende werd het duidelijk, dat dit aan onderlinge inwerking van de dipolen moest worden toegeschreven.

Beschouwen wij eerst twee vertikale antennen die op verschillende afstanden van elkaar geplaatst kunnen worden, echter door een zender steeds in gelijke phase worden gevoed.

De verhouding van den inhoud van een bol tot den inhoud van het ruimtelijke richtingsdiagram van een antenne, waarbij de grootste voerstraal gelijk wordt genomen aan den straal van den bol, noemen we nu de richtingscoëfficiënt. Indien de inhoud van het ruimtelijk diagram de uitgezonden energie voorstelt, dan zal dus de verhouding van de richtingscoëfficiënten van één antenne ten opzichte van die van 2 antennen de energieverhouding voorstellen door den zender in deze gevallen afgeleverd. Men kan nu door den afstand van de twee antennen te veranderen een kromme maken van deze verhouding (zie fig. II) en dan zien wij dat deze verhouding steeds om de 2 heenslingert. Heeft deze verhouding een maximum bereikt, dan zal de benoodigde energie van den zender een minimum zijn; daar bij deze minimum-energie toch de verlangde stroomen in de antennen optreden, zal dus de onderlinge inductie zoo gericht zijn, dat de stroomen in de antenne elkaar maximaal versterken, dus zullen de onder-

linge inductie's in phase zijn met de door den zender geïnduceerde E. M. K. Evenzoo zal, wanneer de afstand zoo gekozen wordt, dat een minimumpunt van de kromme bereikt wordt, de inductie tegengesteld zijn aan de geïnduceerde E. M. K. van den zender. Aangenomen is, dat de voedingsdraden naar den zender vrij zijn van staande golven en dat bij iedere verandering dit weer telkens wordt nageregeld. Onder deze omstandigheden is dus steeds de door den zender geïnduceerde E. M. K. evenredig met den wortel uit de energie.

Verplaatsen wij dus nu in gedachten de twee antennen steeds verder uit elkaar, dan kan de onderling geïnduceerde E. M. K. worden voorgesteld als een vector, die in een spiraal draait om een door den zender geïnduceerde E. M. K.

Zijn de antennen zeer ver van elkaar verwijderd, dan is de onderlinge inwerking ook zeer klein en nadert de kromme het getal 2.

Wij kunnen hieromtrent dus het volgende opmerken. Indien deze verhouding maximum of minimum is, zal de onderlinge inwerking respectievelijk in mee- of tegen-phase zijn. Is deze verhouding 2 dan zal de inwerking loodrecht staan op de door den zender geïnduceerde E. M. K., zoodat nagenoeg geen verandering optreedt in de waarde, echter maximum verandering in de phase.

Dezelfde beschouwing kunnen wij nu houden voor twee ramen en ook voor twee dipolen in elkaars verlengde geplaatst. In dit laatste geval toont een eenvoudige berekening ons aan dat bij grootere afstanden van de dipolen de onderlinge inwerking al spoedig te verwaarloozen is, zoodat wij bij een grooter aantal in elkaars verlengde geplaatste dipolen eigenlijk alleen maar rekening hebben te houden met de naast elkaar gelegen draden. Hieruit is dus af te leiden dat, wat voor phase of sterkte de onderlinge inductie ook heeft, alleen de uiterste draden een belangrijke afwijking kunnen vertoonen, daar de hier binnen gelegen draden alle gelijk geïnduceerd worden van twee kanten en dus alle de zelfde totaal E. M. K. krijgen. Hierbij wordt dan de afwijkende inductie van de buitenste op de daar naast gelegen draden als gelijk aan de andere aangenomen.

Uit fig. II zien wij nu, dat bij een opstelling van een gerichte antenne, waarbij al de dipolen tegen elkaar aan zijn geplaatst, dus een onderlinge afstand van midden tot midden hebben van $^1/_2\,\lambda$, een vrij groote tegenwerking op elkaar wordt uitgeoefend.

De uiterste draden zullen, daar slechts tegenwerking van één kant komt, meer stroom voeren en tevens in een andere phase

slingeren. Bij een zooals boven beschreven opstelling hebben de uiterste draden volgens meting $\pm$ 10 % meer stroom. Indien men onder deze voorwaarden het richtingsdiagram berekent blijkt ook werkelijk dat de eerste zijlussen grooter worden.

Uit fig. II is af te leiden dat, indien de dipolen 0,05 λ uit elkaar geplaatst worden, de uitersten in de goede phase zijn en minder stroom zullen opnemen, hetgeen voor het richtingsdiagram gunstig is.

Er zijn echter dikwijls praktische bezwaren verbonden aan een dergelijke opstelling omdat het dubbele aantal voedingsdraden noodig is, daar men bij zoo grooten afstand over moet gaan naar voeding in het midden van de dipolen.

Verder moet nog worden opgemerkt dat bij grootere gerichte

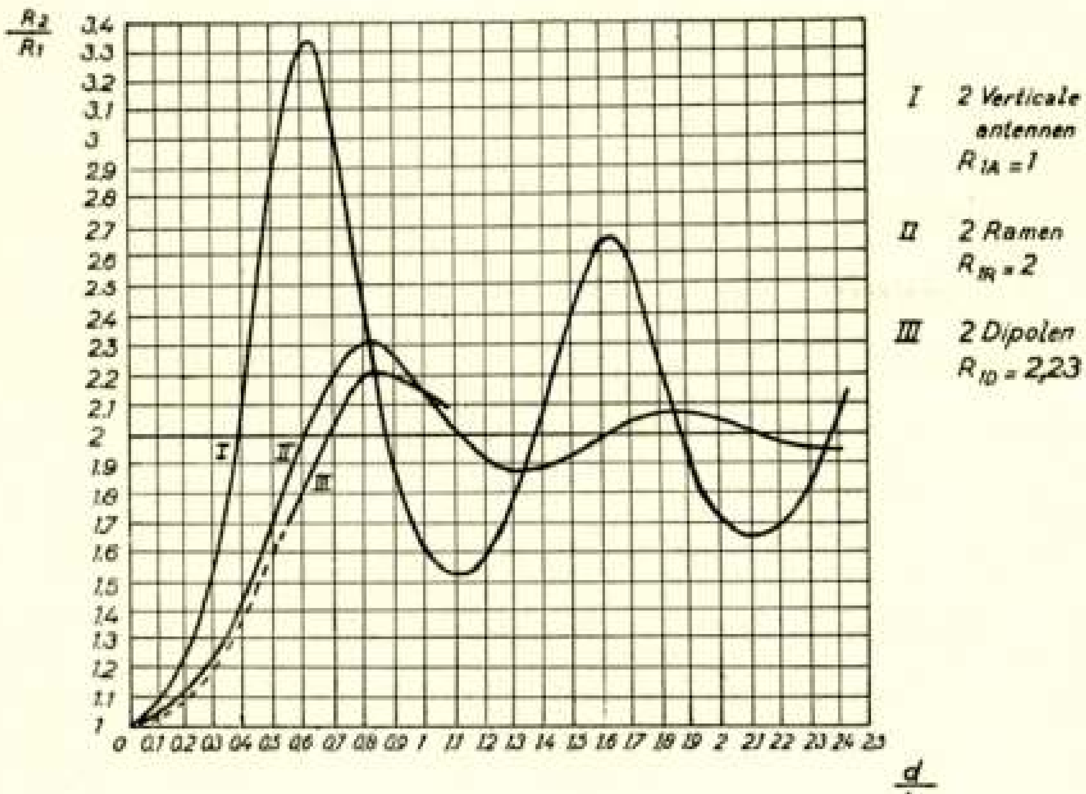


FIG. II

antennen, die b.v. bestaan uit 16 halve golflengten in elkaar's verlengde, de boven beschreven afwijkingen in phase en sterkte van den stroom in de einddraden een zeer ondergeschikte rol spelen en dus minder aandacht vragen.

Voor het vertikale diagram van horizontale dipolen boven elkaar geplaatst gelden de beschouwingen van het horizontale diagram van vertikale antennen. Bij den gebruikten afstand van 0,5 λ hebben de uiterste draden, dus hier bovenste en onderste draden, minder stroom dan de andere, hetgeen ook bij de metingen tot uiting komt, dus in het vertikale diagram zijn de eerste zijlussen kleiner dan de berekende.

De fig. II is geconstrueerd uit de horizontale vlakke diagrammen, d. w. z. deze gegevens zijn bij benadering juist, indien toegepast op gerichte antenne stelsels, die ook een vrij goed

vertikaal diagram hebben, omdat in dit geval het horizontale diagram evenredig met het ruimtelijke diagram is.

De abcis in fig. II is de afstand, uitgedrukt in golflengten tusschen de middens van de antennen, ramen of dipolen. De ordinaat is de verhouding van de richtingscoëfficiënt van twee straaldraden ten opzichte van de richtingscoëfficiënt van één van hetzelfde type.

REFLECTIEMETINGEN OP RADIOGEBIED

door

G. J. ELIAS en C. G. A. von LINDERN

Teneinde experimenteele gegevens te verkrijgen omtrent de wijze van voortplanting van electromagnetische golven werden te Delft metingen en registraties verricht van amplitudines van golven, die door naburige zenders werden uitgestraald. Om zooveel mogelijk vrij te zijn van storende invloeden geschiedde de ontvangst op eene antenne op een vrij terrein in den Wippolder, ter breedte en ter lengte van resp. circa 250 en 400 M.

Bij de meeste proeven strekte de antenne zich verticaal uit van 3 M. tot 27 M. boven den grond, terwijl het horizontale deel eene lengte van 5 M. had ter hoogte van 3 M. boven den grond (z.g. „verticale" antenne). Het vlak dezer antenne had de richting van Delft naar Rotterdam. Bij enkele proeven werd gebruik gemaakt van eene ontvangantenne, die een verticaal stuk had ter lengte van 9 M. benevens een horizontaal deel ter lengte van 10 M. op eene hoogte van 11 M. boven den grond (z.g. „schuine" antenne).

De plaatsen, vanwaar uitgezonden werd, waren:

1°. Rotterdam (Noordelijke rand) op een afstand van 11 K.M. Bij de meeste proeven was de zendantenne bijna horizontaal, op een hoogte van gemiddeld 17 M. boven den grond, ter lengte van 40 M. en met een verticaal gedeelte ter lengte van 3 M. Het verticale vlak door de zendantenne maakte een hoek van 30° met de richting Rotterdam—Delft.

2°. Dordrecht op een afstand van 30 K.M.; zendantenne vrijwel horizontaal, richting O.W.

3°. den Haag (Hoofdgebouw P. T. T.) op een afstand van 10 K.M.; zendantenne horizontaal, richting O.W.

De gebezigde golflengte was meestal 81 M. of weinig hiervan verschillend, bij enkele proeven 54 M. De duur der gereproduceerde opnamen bedroeg telkens ongeveer vijftien minuten.

Over de methode van ontvangst en registratie is reeds door één onzer bericht. [1]) De twee methodes, die hierbij werden gebezigd, n.l. met hoogfrequentversterking en met localen generator benevens middelfrequentversterking, gaven geheel overeenstemmende resultaten, zooals uit fig. 1[(1)] te zien is.

Indien de zendantenne zich niet te ver van den ontvanger bevindt, kan, indien de reflectie aan de Heaviside-Kennelly-laag zwak is, het golfveld beschouwd worden als te ontstaan door superpositie van eene „directe" en eene „gereflecteerde" verstoring, die onafhankelijk van elkaar zijn. Tengevolge van de interferentie dezer beide verstoringen zal de ontvangamplitudo als functie van den tijd maxima en minima vertoonen (z.g. „fading-effect"). In veel gevallen werd nu waargenomen, dat de geregistreerde krommen, die deze amplitudo aangeven, een zeer onregelmatig verloop vertoonen met een groot aantal maxima en minima van verschillende grootte, zoodat van een regelmatig interferentieëffect feitelijk geen sprake is. In andere gevallen echter waren de interferenties gedurende een tijdsinterval van eenige minuten vrij regelmatig, soms zelfs zeer regelmatig. Uit de laatstgenoemde krommen konden verschillende conclusies worden getrokken, waaromtrent het een en ander zal worden medegedeeld, terwijl daarna aan de onregelmatige krommen, die als „gestoorde" krommen zullen worden aangeduid, enkele beschouwingen zullen worden gewijd.

Een regelmatig interferentieëffect, waarbij de amplitudo achtereenvolgens aequidistante maxima en minima van gelijke grootte vertoont, zal worden verkregen, ingeval de reflecteerende laag zich met eenparige snelheid beweegt. De beweging van de Heaviside-Kennelly-laag bij dag zal in de eerste plaats worden veroorzaakt door de verandering der zonshoogte, waarop w nader zullen terugkomen. Dat de maxima en minima van c amplitudo, die uit verschillende plaatsen ontvangen wordt, o derling op gelijke afstanden liggen, zooals op grond van h voorgaande verwacht moet worden, blijkt uit opnamen, waar de amplitudines resp. uit Dordrecht en uit Rotterdam, te De ontvangen, tegelijk zijn geregistreerd.

Uit de relatieve grootte der maxima en minima bij een reg matig interferentieëffect [2]) kan onder gebruikmaking van de onderstelling van de onderlinge onafhankelijkheid van „directe" en

[1]) Handel. Nat. en Geneesk. Congres. Delft 1931.

[2]) Tengevolge van eene langzame (magnetische) draaiïng van het polarisatievlak vertoonen verschillende opnamen eene soort zwevingseffect.

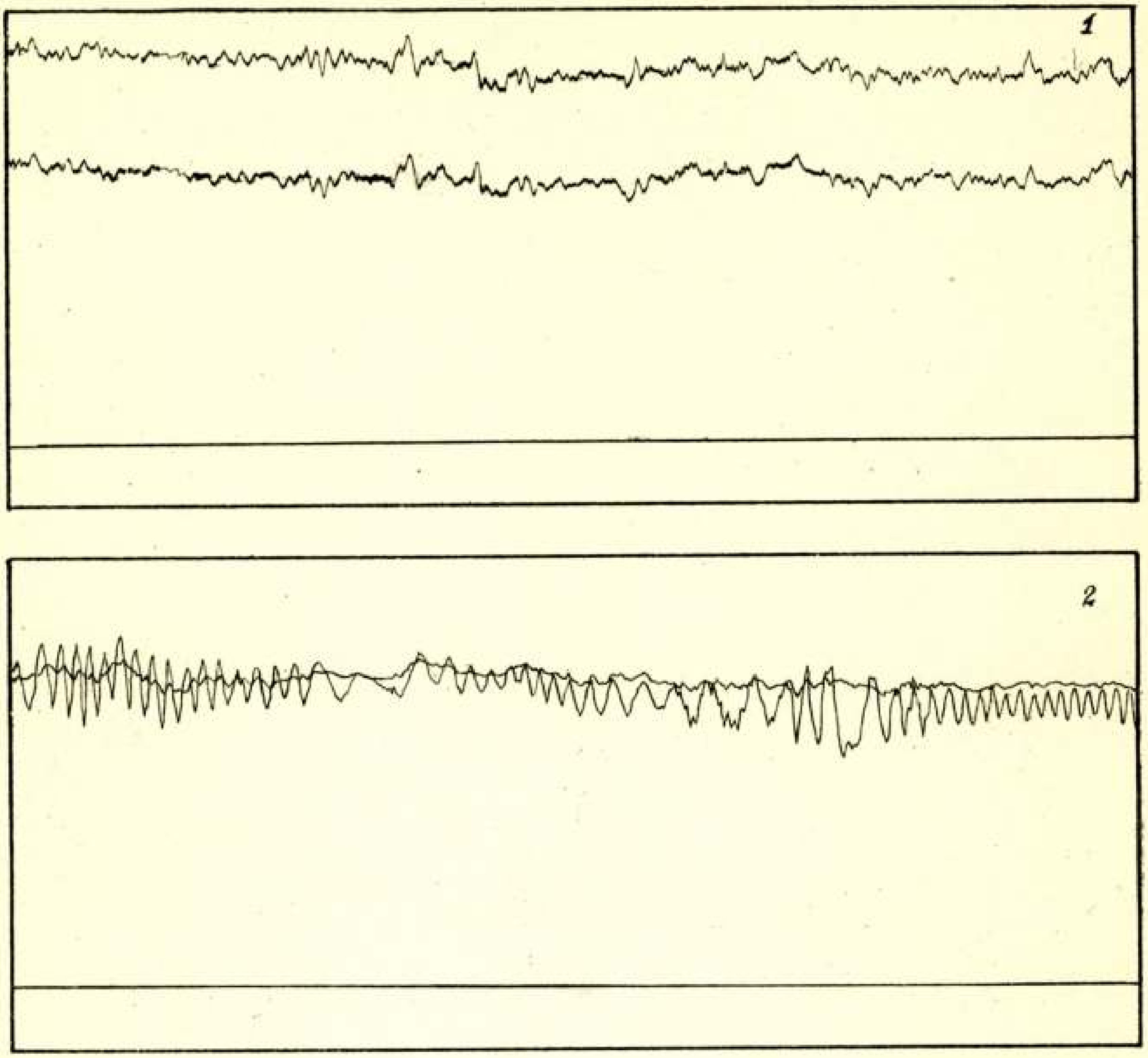


Fig. 1. 1. zender te Rotterdam, golflengte 81 M.
bovenste kromme: middelfrequentversterker.
onderste kromme: hoogfrequentversterker.

2. zender te Rotterdam, golflengte 81 M.; 13 Oct. '31, 11.45
sterk schommelende lijn: „schuine" antenne.
zwak schommelende lijn: „verticale" antenne.

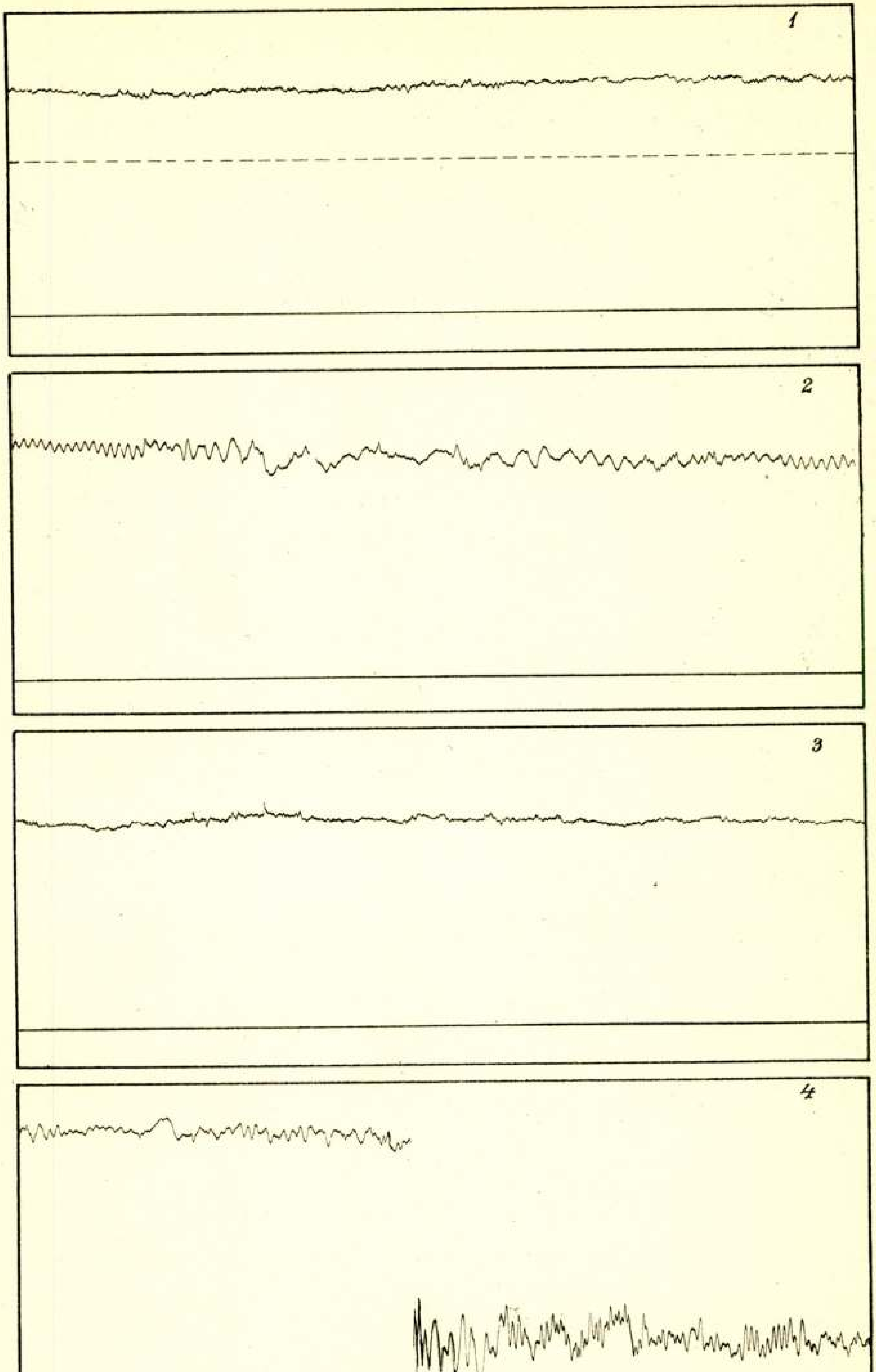


Fig. 2. zender te Rotterdam, golflengte 84,5 M.
„verticale" ontvangantenne.

1. alleen „verticale" antenne aanwezig. 17 Sept. '31, 10.30.
2. „schuine antenne mede aanwezig. 12 Oct. '31, 14.15.
3. alleen „verticale" antenne aanwezig. 29 Oct. '31, 11.30.

„gereflecteerde" verstoring de reflectiecoëfficiënt bepaald worden. Echter moeten daartoe verschillende factoren bekend zijn.

Bevindt zich een verticale dipool met het moment A aan de oppervlakte van de aarde (de z-as wordt verticaal naar boven ondersteld), een horizontale dipool met het moment B in de x-richting op een afstand d boven het oppervlak der aarde, waarbij deze momenten sinusoïdaal veranderlijk met den tijd zijn gedacht met de hoekfrequentie ω, terwijl n de complexe brekingsexponent van de halfgeleidende aarde is, dan zal, bij de hier in aanmerking komende afstanden, golflengten en waarden van n, de electrische kracht van de „directe" verstoring nagenoeg verticaal op het oppervlak der aarde staan en gelijk zijn aan

$$F_z = \frac{2A\omega}{kR^2} \cdot \frac{n^4}{n^2 - 1} \cdot e^{j(\omega t - kR)} + \frac{2B\omega x}{kR^3} \cdot \frac{n^2}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot e^{j(\omega t - kR)}, \quad (1)$$

waarin R den afstand van zender tot ontvanger voorstelt, $k = \frac{\omega}{c}$, c de lichtsnelheid en j de imaginaire eenheid is. Tennaastenbij geldt, onder verwaarloozing van den verschuivingsstroom, $n^2 = -\frac{4\pi j g}{\omega}$, zoodat gesteld kan worden

$$n = (1 - j)\sqrt{\frac{2\pi g}{\omega}} = \frac{1 - j}{2} q, \text{ waarin } q = \sqrt{\frac{8\pi g}{\omega}} \quad (2)$$

In de naar boven uitgestraalde verstoring is de electrische kracht tennaastenbij volgens de x-as gericht en geldt hiervoor in het onderhavige geval omstreeks, indien $|n| >> 1$,

$$F_x = j\omega B \left[\frac{e^{j(\omega t - kR)}}{R} - \left(1 - \frac{2}{n}\right) \frac{e^{j(\omega t - kR_1)}}{R_1} \right] \text{[1]} \quad (3),$$

waarin R resp. R_1 de afstanden van het beschouwde punt tot dipool resp. het optische beeld ervan ten opzichte van het oppervlak der aarde zijn. Voor de maximale waarden van de amplitudines van de „directe" en de „gereflecteerde" verstoring wordt bij groote waarde van q verkregen

[1]) Voor de berekening van deze uitdrukking is gebruik gemaakt van niet gepubliceerde beschouwingen van Ir. F. H. Stieltjes.

$$\left|F_z\right| = \frac{\omega q}{k R^2}\sqrt{B^2 + (q A + B)^2}$$

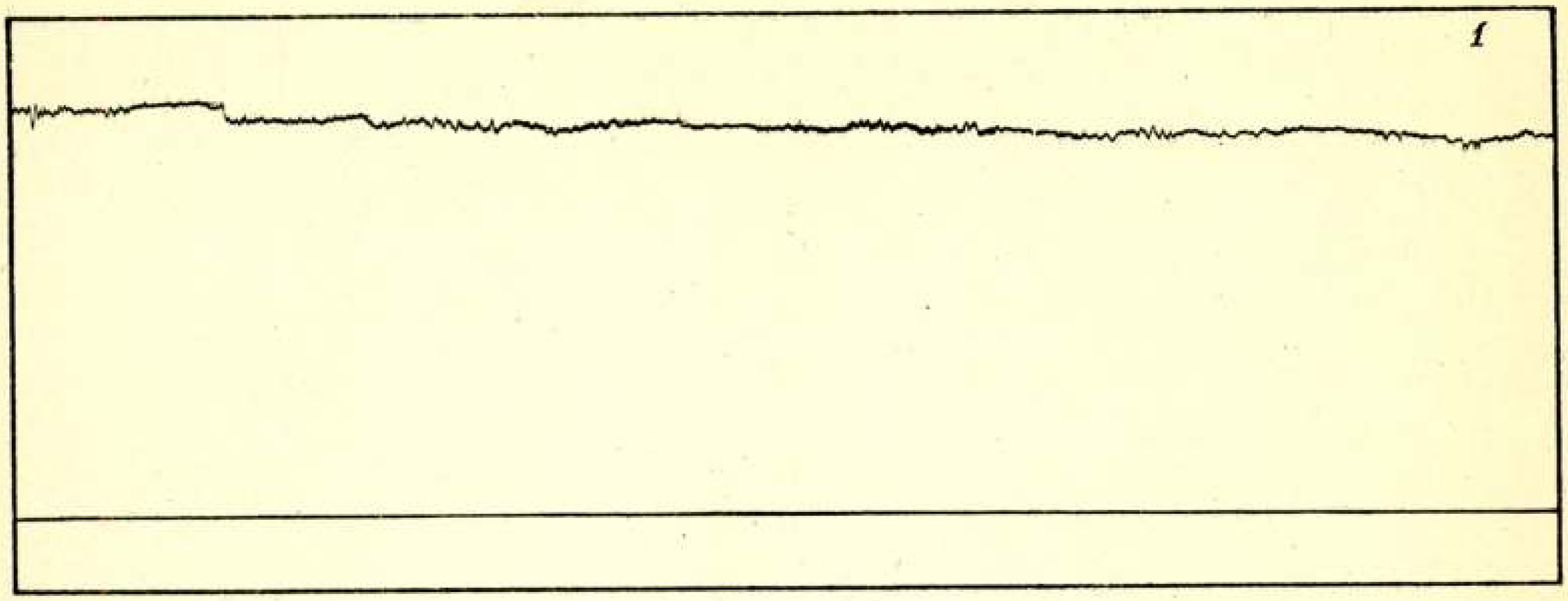
$$\left|F_x\right| = \frac{\varrho \omega B}{R^1}\sqrt{2(1 - \cos 2 k d) + \frac{8}{q}\sin k d(1 + \cos k d) + \frac{8}{q^2}}, \quad (4)$$

waarin R den directen afstand van zender tot ontvanger voorstelt, R^1 dien afstand voor de gereflecteerde verstoring, ϱ den reflectie-coëfficiënt.

Nu zal de gereflecteerde verstoring, die zich na de reflectie vrijwel in den zin van de negatieve z-as voortplant, aan het aardoppervlak wederom gereflecteerd worden. Het golfveld zal dientengevolge aldaar maxima en minima vertoonen. De electromotorische kracht, die bij afwezigheid van deze omstandigheid in den ontvangdraad zou worden geïnduceerd, moet daarom met een zekeren factor f worden vermenigvuldigd, afhankelijk van de hoogte van dezen draad boven de aarde, verder van de golflengte en den brekings-exponent. In het hier beschouwde geval bedraagt deze factor bij eene golflengte van 81 M. 0.38, voor 54 M. 0.64, waarbij gebruik is gemaakt van de waarde voor q, waarvan verderop sprake is.

Voor de maximale waarde van de electromotorische kracht, die tengevolge van de directe verstoring in de ontvangantenne werkt, is $E_1 = l_1 \left|F_z\right|$ genomen, waarin l_1 de lengte van het verticale deel van den ontvangdraad is, terwijl voor de maximale waarde van de electromotorische kracht, die tengevolge van de gereflecteerde verstoring in den ontvanger wordt geïnduceerd, gesteld is $E_2 = l_2 \, . \, f \, . \left|F_x\right| . \cos \alpha$, waarin l_2 de lengte is van het horizontale deel van den ontvangdraad en α de hoek tusschen het vlak der ontvangantenne en dat der zendantenne. De verhouding $\frac{E_2}{E_1}$ is blijkbaar evenredig met $\frac{l_2}{l_1}$. Zulks is o.a. te zien uit fig. 1[2], waarin de krommen zijn gereproduceerd, die tegelijk zijn opgenomen resp. met de „verticale" antenne ($l_1 = 5\, l_2$) en met de „schuine" antenne ($l_1 = l_2$). Inderdaad zijn de gemiddelde verschillen tusschen maxima en minima in het tweede geval ongeveer vijfmaal zoo groot als in het eerste (afgezien van vermoedelijke storingen).

Van grooten invloed kunnen bij deze metingen storende invloeden zijn, waartoe b.v. inductiewerkingen behooren. Duidelijk treedt dit aan den dag bij de in fig. 2 gereproduceerde opnamen. Fig. 2[1] geeft het interferentieëffect op de „verticale"



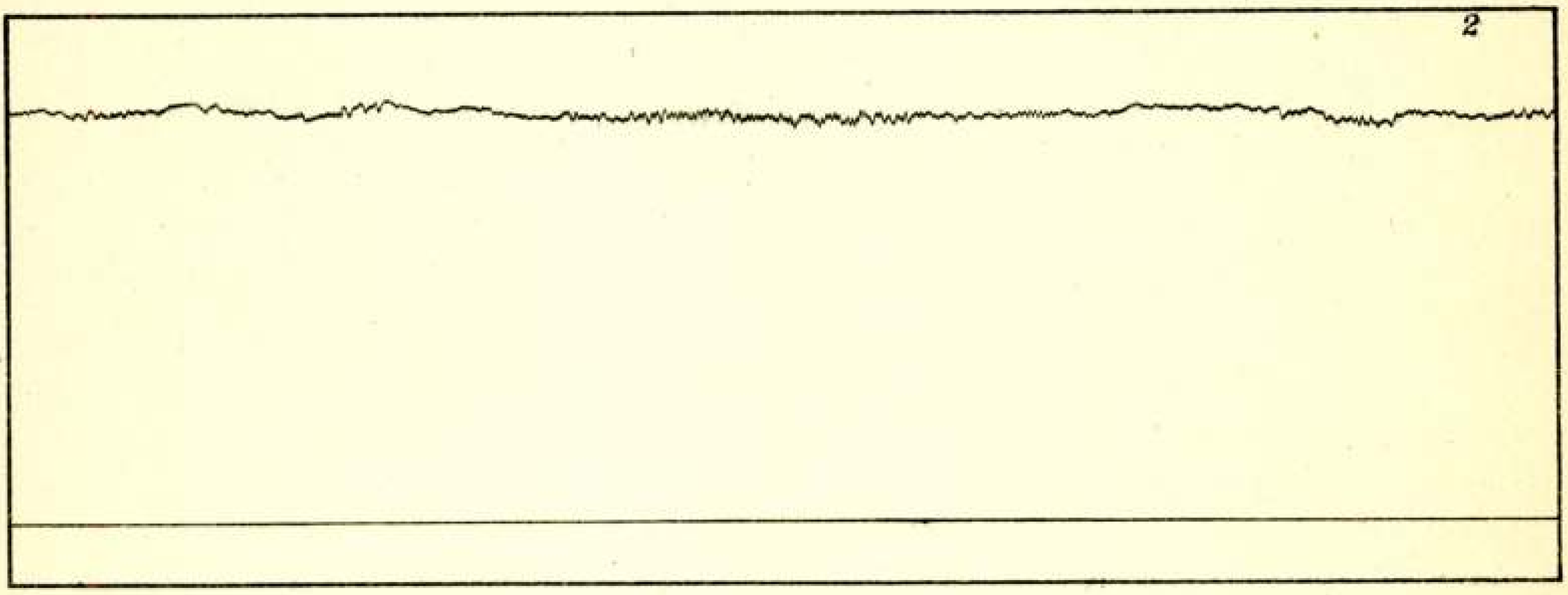


Fig. 3. zender te Rotterdam, golflengte 81 M.
„verticale" ontvangantenne (alleen aanwezig).

1. 21 Nov. '31, 11.30.
2. 21 Nov. '31, 13.00.

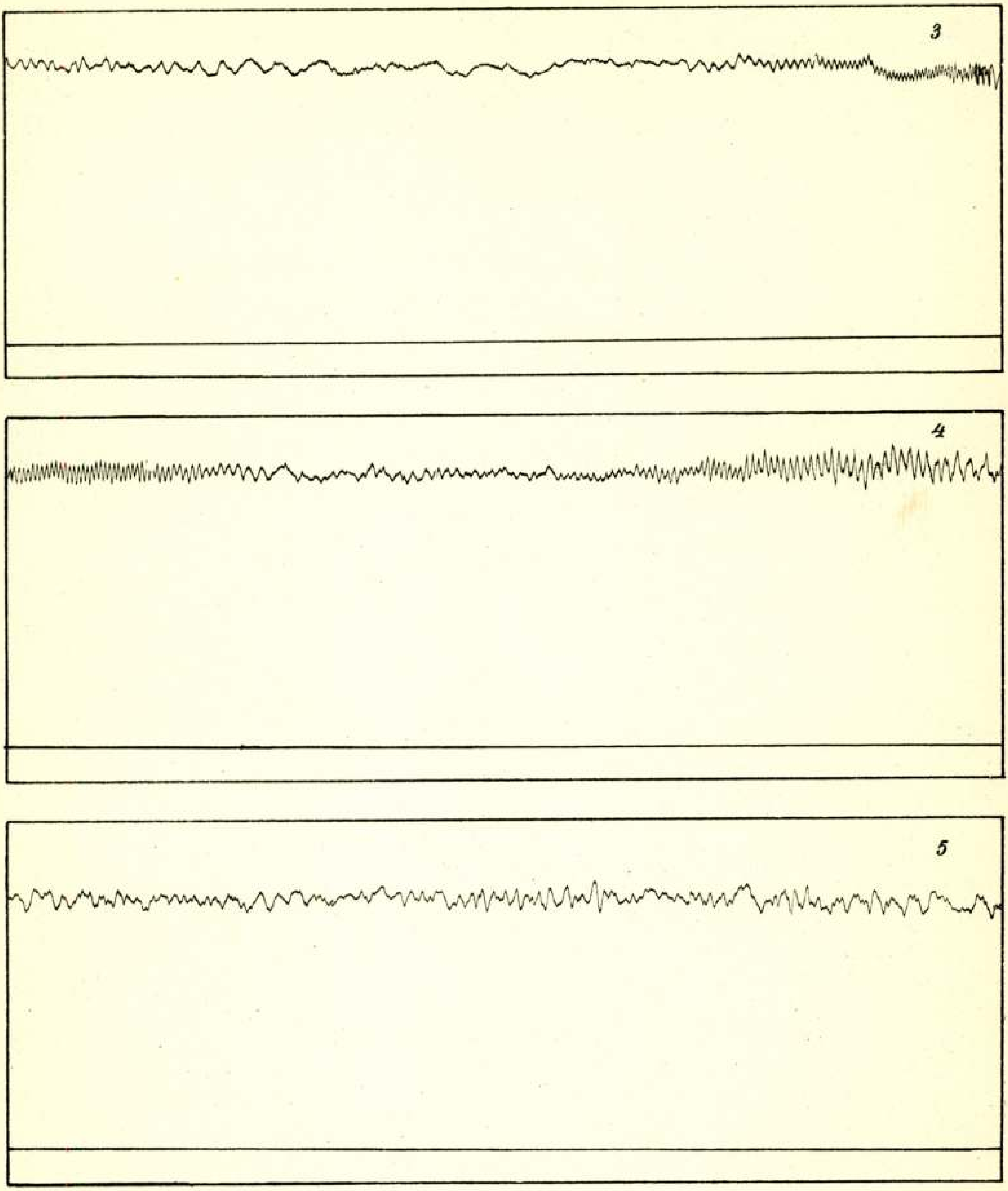


Fig. 3. zender te Rotterdam, golflengte 81 M „verticale" ontvangantenne (alleen aanwezig).

3. 24 Nov. '31, 15.00.
4. 24 Nov. '31, 16.00.
5. 25 Nov. '31, 16.45.

antenne zonder andere geleiders in de nabijheid, fig. 2(2) hetzelfde effect op de „verticale" antenne, terwijl de „schuine" antenne aanwezig is, waarbij de afstand tusschen de verticale deelen van beide antennes ongeveer 5 M. bedraagt, fig. 2(3) het interferentieëffect, nadat de „schuine" antenne weer was weggenomen. Het is onmiddellijk te zien, dat fig. 2(1) en fig. 2(3) geheel overeenkomen, terwijl in fig 2(2) het interferentieëffect veel sterker tot uiting komt ten gevolge van het feit, dat de gereflecteerde verstoring een relatief veel sterkeren invloed uitoefent op de „schuine" antenne en deze door inductiewerking tusschen de verticale deelen op de „verticale" antenne wordt overgebracht. Hoe sterk de afschermende werking zich kan doen gevoelen, toont fig. 2(4), die eene, vrij sterk gestoorde, opname voorstelt op de „schuine" antenne, waarbij de „verticale" antenne in het eerste deel der kromme niet geaard was, in het tweede gedeelte wel. Tengevolge van de aarding werd de stroom in het onderste deel van de „verticale" antenne veel sterker, waarmede eene krachtige schermwerking gepaard ging.

Met behulp van de uitdrukkingen (4) wordt verkregen voor de verhouding der geïnduceerde electromotorische krachten resp. tengevolge van de gereflecteerde en van de directe verstoring

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{l_2}{l_1} \cdot f \varrho \cos \alpha . \frac{k R^2}{R^1} \frac{\sqrt{2(1-\cos 2kd) + \frac{8}{q} \sin kd\,(1+\cos kd) + \frac{8}{q^2}}}{q \sqrt{1 + \left(1 + q\frac{A}{B}\right)^2}} \quad (5$$

De verhouding $\frac{E_2}{E_1}$ kan uit de regelmatige interferenties worden bepaald, daar de maxima evenredig zijn met $E_1 + E_2$, de minima met $|E_1 - E_2|$, zoodat dan met behulp van (5) de reflectiecoëfficiënt ϱ volgt. De grootheid q is berekend met behulp van de waarde van het geleidingsvermogen ter plaatse van den ontvanger, die verkregen was uit metingen met laagfrequente wisselstroomen, verricht door Ir. D. J. de Jong en Ir. J. D. Veegens, waarvan het resultaat was 4×10^{-13} electromagn. eenh. Aldus werd bij eene golflengte van 81 M. gevonden $q = 20$.

Uit de in fig. 3(2) gereproduceerde opname uit Rotterdam, die werd geregistreerd op 21 November 1931 om 13.15, werd verkregen als gemiddelde uit de regelmatige interferenties $\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{160}$.
Deze waarde geeft onder gebruikmaking van de bovenstaande

gegevens, indien voor R' werd aangenomen 240 K.M. [1]), $\varrho = 0.07$.

Bij de berekening van den reflectiecoëfficiënt is de uitdrukking voor de directe verstoring gebezigd zonder hiervoor nog absorptie tengevolge van eventueele terreinvoorwerpen in te voeren, aangezien gebleken is uit metingen van de amplitudo der directe verstoring in absolute maat in verband met de configuratie van zender en ontvanger, dat deze absorptie tusschen Rotterdam en Delft kan worden verwaarloosd.

Uit verschillende opnamen, die op verschillende tijden en ook in verschillende jaargetijden zijn geregistreerd, blijkt ondubbelzinnig, dat de reflectie toeneemt, naarmate de zon lager staat (zie fig. 3 en fig. 4). Deze waarneming is geheel te verklaren uit de omstandigheid, dat de reflecteerende laag hooger ligt en daarmede de reflectie sterker wordt, naarmate de zon lager staat. Immers uit vroeger gepubliceerde beschouwingen [2]) volgt, dat de dichtheid der ionen in de door het ultraviolette licht der zon geïoniseerde laag bedraagt

$$n_1 = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h}} \tag{6}$$

onder invoering van de vroegere [3]) notaties. Hierin is c_2 omgekeerd evenredig met $\cos\eta$ [4]), als η den hoek van de invallende zonnestralen met de verticaal voorstelt. Naarmate deze hoek grooter is, zal dus ook c_2 grooter zijn en moet voor gelijke electronendichtheid ook de hoogte h grooter zijn. Zooals vroeger werd aangetoond [5]), zal de hoogte h_1, waarop de reflectie plaatsvindt, gegeven zijn door

$$\frac{m\,\omega^2 \cos^2\varphi}{4\,\pi\,q^2} = c_1 e^{-c_2 e^{-a_1 h_1}} \tag{7},$$

waarin c_2 weer omgekeerd evenredig met $\cos\eta$ is. Voor den reflectiecoëfficiënt werd gevonden [6]) voor korte golven $\left(\frac{\omega\, l}{v_0} >> 1,\right.$ wat hier mag worden aangenomen$\left.\right)$

[1]) Zie E. V. Appleton en A. L. Green. Proc. Roy. Soc. A **128**, 1930, p. 173.

[2]) Tijdschr. Nederl. Rad. Genootsch. **2**, 1923, p. 1 v.v.

[3]) Tijdschr. Nederl. Rad. Genootsch. **5**, 1931, p. 19 v.v.

[4]) Tijdschr. Nederl. Rad. Genootsch. **3**, 1926, p. 7 form. (18)

[5]) loc. cit. 1931, p. 28 form. (24).

[6]) loc. cit. 1931. p. 31 form. (30).

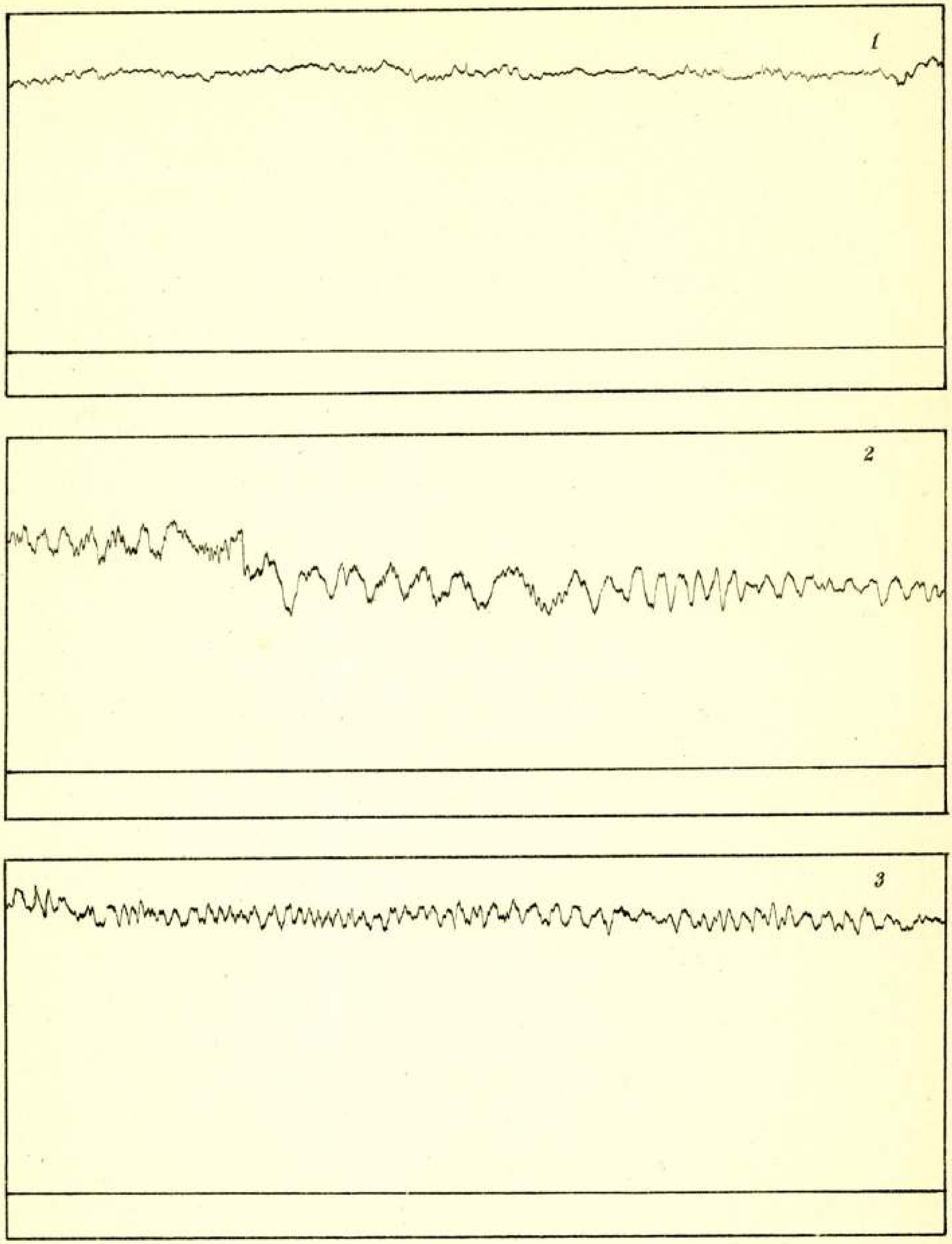


Fig. 4. zender te Rotterdam, golflengte 81 M.
„verticale" ontvangantenne (alleen aanwezig).

1. 9 Oct. '31. 12.00.
2. 21 Sept. '31, 18.30.
3. 21 Sept. '31, 19.30.

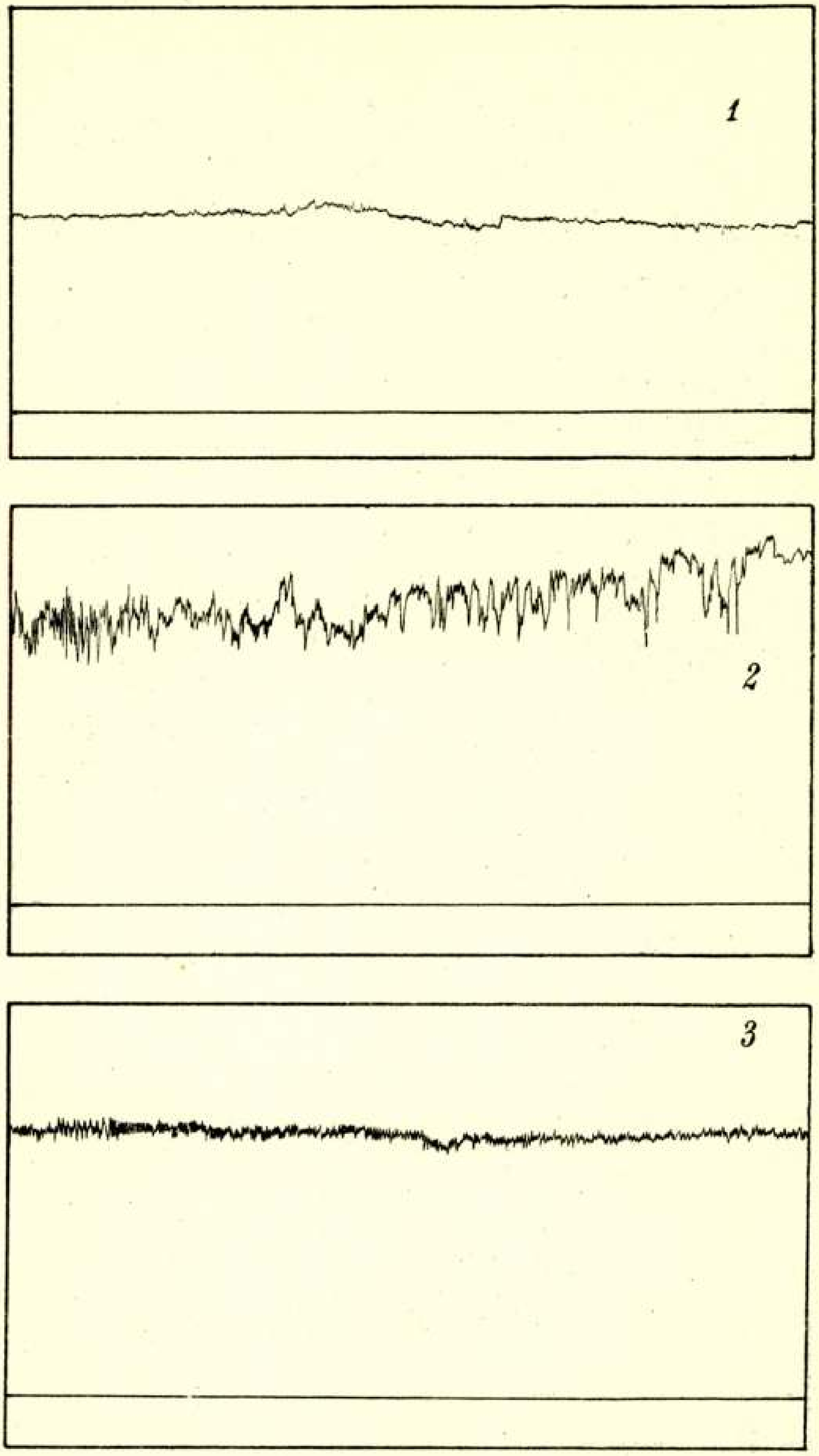


Fig. 5. zender te Rotterdam, „verticale" ontvangantenne (alleen aanwezig).

1. 7 Dec. '31, 10.30, 81 M.
2. 7 Dec. '31, 13.45, 54 M.
3. 7 Dec. '31, 14.00, 54 M.

$$\varrho = e^{-\frac{2 v_0}{c k l} \cos \varphi} \tag{8},$$

$$\text{waarin } k = a_1 \left(-1 + c_2 e^{-a_1 h_1}\right) \tag{9}$$

In het hier beschouwde geval kan $\varphi = 0$ worden gesteld.

Uit (7) volgt, dat voor eene bepaalde golflengte de grootheid $c_2 e^{-a_1 h_1}$, en dus ook k volgens (9) constant kan worden gesteld. Waar c_2 omgekeerd evenredig met $\cos \eta$ is, zoo moet $e^{-a_1 h_1}$ met $\cos \eta$ evenredig zijn. Aangezien l binnen het hoogte-interval, waar de reflectie plaats vindt, evenredig met $e^{a_1 h_1}$ kan worden gesteld, zoo moet de exponent van de e-functie in (8) evenredig zijn met $e^{-a_1 h_1}$, dus met $\cos \eta$.

Als functie van de zonshoogte kan dus geschreven worden

$$\varrho = e^{-c^1 \cos \eta} \quad , \tag{10}$$

waarin $c^1 = \frac{2 v_0}{c k l}$ van de golflengte afhankelijk is. Naarmate η grooter wordt, zal ϱ toenemen, zooals inderdaad is waargenomen (zie fig. 3 en fig. 4). Uit deze figuren blijkt, dat ten tijde van zonsondergang de reflectie zeer sterk wordt. Aan de hand van vroeger gevonden uitdrukkingen [1]) kan worden afgeleid, dat het hoogteverschil h^1 van de geïoniseerde laag tusschen verticalen stand van de zon en zonsondergang gegeven is door de uitdrukking

$$e^{a_1 h^1} = \sqrt{\frac{\pi}{2} a_1 R_0} \quad , \tag{11}$$

waarin R_0 de straal der aarde is. Met $a_1 = 0.066$ K.M.$^{-1}$ (zie verderop) geeft dit $h^1 = 50$ K.M.

Bij de uitdrukkingen (10) en (11) moet opgemerkt worden, dat ze afgeleid zijn in de onderstelling, dat in het geheele gebied, waar reflectie kan plaats vinden, a_1 constant is, hetgeen ongetwijfeld niet geheel juist is, daar de temperatuur niet geheel constant zal zijn in dit gebied. De uitdrukking (10) zal daarom slechts binnen een beperkt interval van reflectiehoogte gebezigd kunnen worden.

Bij de berekening van den reflectiecoëfficiënt op grond van

[1]) loc. cit. 1923, p. 4 en 10, form. (8) en (19).

de vroegere beschouwingen [1]) is thans aangenomen, dat de temperatuur van de hoogere atmospheer aanzienlijk hooger is dan vroeger werd verondersteld. In verband met nieuwere inzichten hieromtrent [2]) is nu aangenomen, dat de temperatuur van de atmospheer tot 40 K.M. hoogte 220° absoluut bedraagt, van 40 K.M. tot 85 K.M. toeneemt van 220° tot 500° met een gemiddelde van 275°, terwijl boven 85 K.M. de temperatuur 500° zou bedragen. Hieraan beantwoorden waarden van a_I van resp. 0.15, 0.12 en 0.066, welke laatste waarde zou gelden in het gebied van de laag van Heaviside-Kennelly. De waarde van n (aantal moleculen per eenheid van volume) wordt dan berekend uit

$$n = n_o\, e^{-\int_0^h a_I\, dh}\,, \tag{12}$$

die van de vrije weglengte uit

$$l = l_o \cdot e^{\int_0^h a_I\, dh} \tag{13}$$

Bij nadere berekening volgt dan, indien de reflectiehoogte op 120 K.M. wordt aangenomen [3]), uit de hierboven besproken waarde van den reflectiecoëfficiënt $\varrho = 0.07$ voor de constante c_2 de waarde 5.5×10^6. In aanmerking nemende, dat op 21 November om 13.15 $\cos \eta$ vrijwel 0.27 bedraagt (de declinatie van de zon is dan $-18°$), wordt verkregen voor c_2 bij loodrechten inval 1.5×10^6. Voor eene waarde $a_I = 0.15$ in plaats van $a_I = 0.066$, zooals vroeger [4]) werd ingevoerd, zou dan zijn bij loodrechten inval $c_2 = 6.5 \times 10^5$, terwijl vroeger bij wijze van schatting in dit geval werd aangenomen $c_2 = 2.3 \times 10^5$. [5]) De absorptiecoëfficiënt van het ultraviolette licht moet dus bijna drie maal zoo groot worden aangenomen als vroeger werd geschat.

Met behulp van bovenstaande gegevens wordt voor de constante c' in (10) de waarde 9.8 gevonden. Vergelijking met het geval, dat de zon in den horizon staat [6]) leidt tot het resultaat,

---

[1]) loc. cit. 1931, p. 19 v.v.

[2]) Zie Gowen, Intern. Res. Counc., Third Rep. Comm. Solar a. Terrestrial Relationships. 1931.

[3]) Appleton en Green loc. cit. p. 173.

[4]) loc. cit. 1931, p. 23.

[5]) loc. cit. 1931, p. 23.

[6]) loc. cit. 1923.

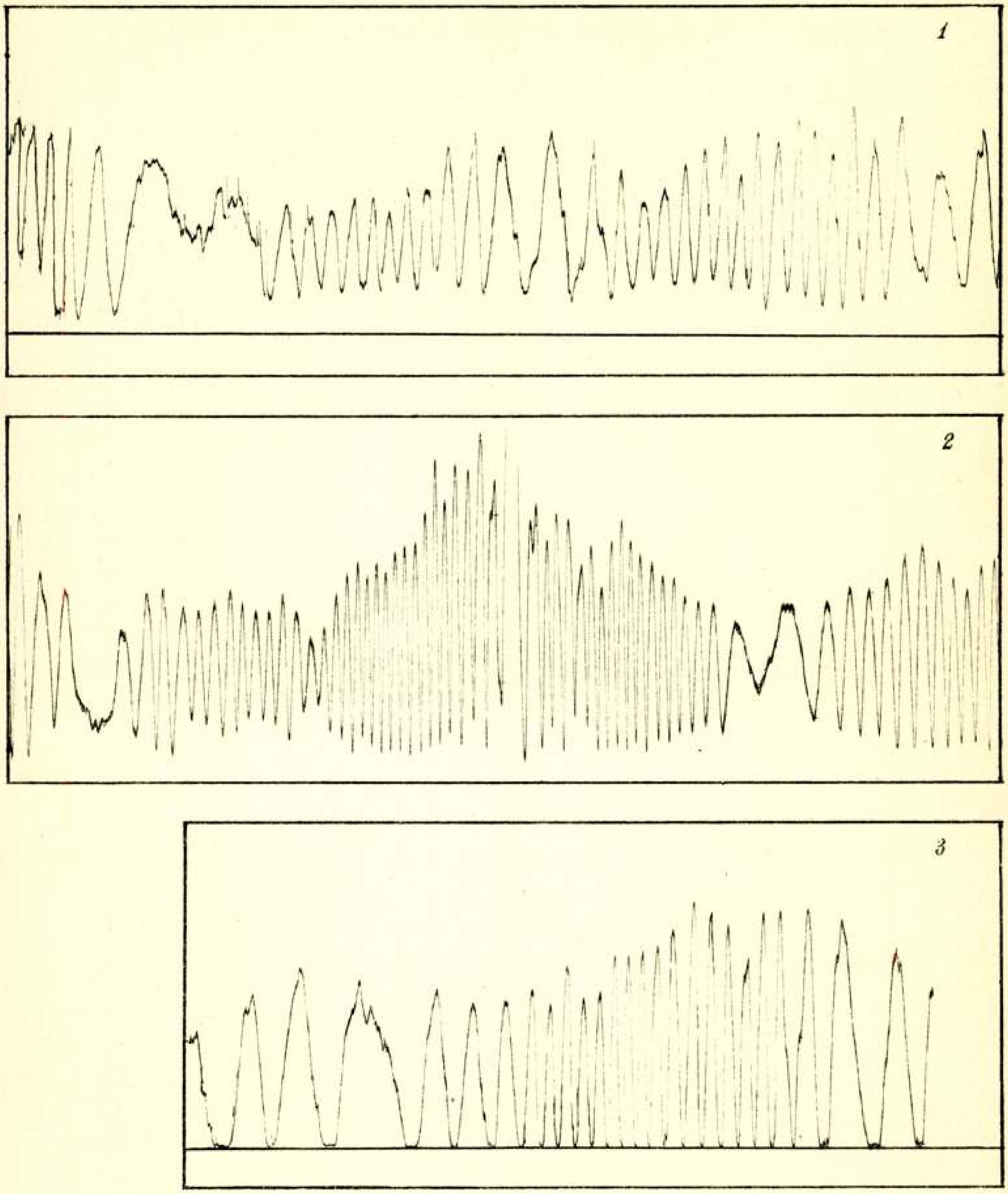


Fig. 6. zender te Dordrecht, golflengte 83,5 M.

1. 11 Juni '31, $15.^{00}$, „verticale" antenne.
2. 21 Oct. '31, $13.^{15}$, „schuine" antenne.
3. 12 Oct. '31, $13.^{30}$, „schuine" antenne.

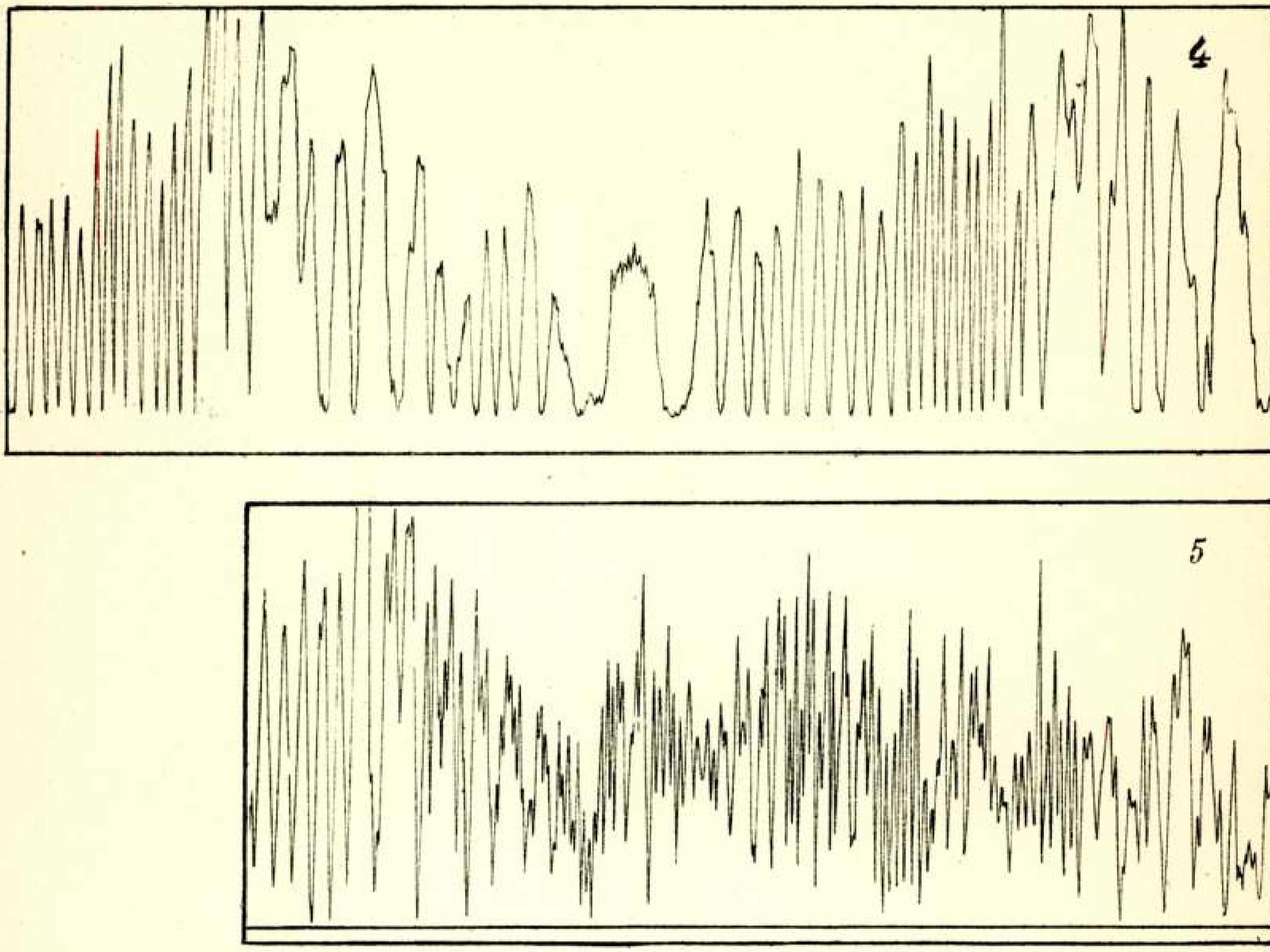


Fig. 6. zender te Dordrecht, golflengte 83,5 M.
4. 19 Oct. '31, 13.^{15}, „schuine" antenne.
5. 14 Oct. '31, 13.^{30}, „verticale" antenne.

dat dan in (10) in plaats van $\cos\eta$ moet worden ingevoerd de grootheid $\frac{I}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,a_I\,R_o}$, zoodat in dat geval wordt verkregen

$$\varrho = e^{-\frac{c^I}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,a_I\,R_o}} \qquad (14)$$

Hieruit wordt berekend voor het beschouwde geval $\varrho = 0.7$, zoodat de reflectie bij zonsondergang ongeveer 10 maal zoo sterk zou moeten zijn als op 21 November om 13.15. Uit de vergelijking der interferenties (fig. 3[2] en fig. 3[4] rechts) volgt voor deze verhouding hoogstens *8*, dus iets minder dan berekend was. De overeenstemming zou beter worden door a_I kleiner te nemen, hetgeen eene hoogere temperatuur zou beteekenen. Echter zal hierbij ook ongetwijfeld van invloed zijn het feit, dat de ionisatietoestand eenigszins achterblijft bij den zonnestand, wat juist bij zonsondergang merkbaar zou kunnen zijn. Bovendien zal hier mede van invloed zijn de omstandigheid, dat de grootheid a_I als eene constante is beschouwd, hetgeen, zooals reeds boven werd opgemerkt, voor een eenigszins groot interval van reflectiehoogte niet geheel juist kan zijn. In fig. 4[2] zijn de interferentiekrommen bij zonsondergang in de maand September weergegeven. Het is wel opmerkelijk, dat het interferentie-effect van dezelfde orde van grootte blijkt te zijn als in November, zooals trouwens op grond van (14) te verwachten was. Kort na zonsondergang vermindert het interferentie-effect weer, blijkens fig. 4[3].

Uit (5) volgt, dat de verhouding $\frac{E_2}{E_I}$ moet toenemen met toenemende frequentie. Bij nadere berekening, waarbij ook de waarden van f en van $k\,d$ in aanmerking moeten worden genomen, blijkt deze verhouding bij gelijke waarde van ϱ ongeveer driemaal zoo groot te zijn voor golven van 54 M. golflengte als voor 81 M. Uit fig. 5[1] en fig. 5[3] vinden we deze verhoudingen omstreeks gelijk aan *2.5* op tijdstippen, waarop de hoogte van de geïoniseerde laag ongeveer dezelfde moet zijn. Hieruit zouden we dus kunnen concludeeren, dat de reflectiecoëfficiënt voor golven van 54 M. iets kleiner is dan voor golven van 81 M., eene omstandigheid, waar reeds vroeger [1]) op

[1]) loc. cit. 1931. p. 31.

werd gewezen. Inmiddels zijn echter de waarnemingen niet nauwkeurig genoeg om deze conclusie met zekerheid te wettigen. Wel kan er op gewezen worden, dat uit andere opnamen voor de bedoelde verhouding eveneens *2.5* à *3* werd gevonden.

Enkele resultaten van de in samenwerking met Dordrecht genomen proeven zijn weergegeven in fig. 6. Het interferentie-effect is hier veel sterker dan bij de opnamen uit Rotterdam. Hiervoor zijn twee oorzaken aan te wijzen. In de eerste plaats is de afstand vanaf Dordrecht bijna driemaal zoo groot als vanaf Rotterdam, tengevolge waarvan de directe verstoring ongeveer 9 maal zoo zwak zal zijn, terwijl de gereflecteerde verstoring even sterk of wellicht iets sterker zal zijn, aangezien de hoek van inval φ grooter is. In de tweede plaats zal tusschen Dordrecht en Delft het complex der stad Rotterdam en omgeving absorbeerend op de directe verstoring werken, die tengevolge hiervan op onberekenbare wijze verzwakt wordt. In overeenstemming hiermede is de amplitudo van Dordrecht aan den Noordelijken rand van Rotterdam relatief dan ook zeer gering. Bovengenoemde factoren worden in fig. $6^{(2)}$, fig. $6^{(3)}$ en fig. $6^{(4)}$ nog sterker geaccentueerd, doordat deze op de „schuine" antenne zijn opgenomen. Wegens de onberekenbaarheid van de absorptie van de directe verstoring kunnen de opnamen uit Dordrecht niet gebezigd worden voor eene berekening van den reflectiecoëfficiënt.

Hetzelfde kan worden opgemerkt ten aanzien van een aantal opnamen, in samenwerking met den Haag genomen (fig. *7*). Ook daar wordt de directe verstoring door de stadscomplexen van den Haag en Delft op onberekenbare wijze geabsorbeerd, zoodat een reflectiecoëfficiënt er niet uit kan worden berekend. Dat de absorptie zeer sterk is, blijkt uit het feit, dat de uit Rotterdam ontvangen stroomamplitudo in den ontvangdraad 8 μ. A. bedraagt bij een vermogen van den zender van omstreeks 10 à 15 Watt, terwijl de uit den Haag ontvangen stroomamplitudo slechts 0.4 μ. A. bedraagt bij een vermogen van den zender van ongeveer 30 Watt.

Opgemerkt kan worden, dat de interferentiemaxima bij de in fig. *7* weergegeven opnamen verder uiteen liggen dan bij die, waarvan boven sprake was (zie fig. 3). Nu zijn de opnamen van fig. *7* in September gedaan, de andere eind November. Bij de in fig. $6^{(1)}$ in Juni gedane opname is de afstand nog grooter dan in fig. *7*, terwijl in fig. $6^{(2)}$ en fig. $6^{(3)}$ de afstanden van dezelfde orde van grootte zijn als in fig. *7*. Het is gemakkelijk

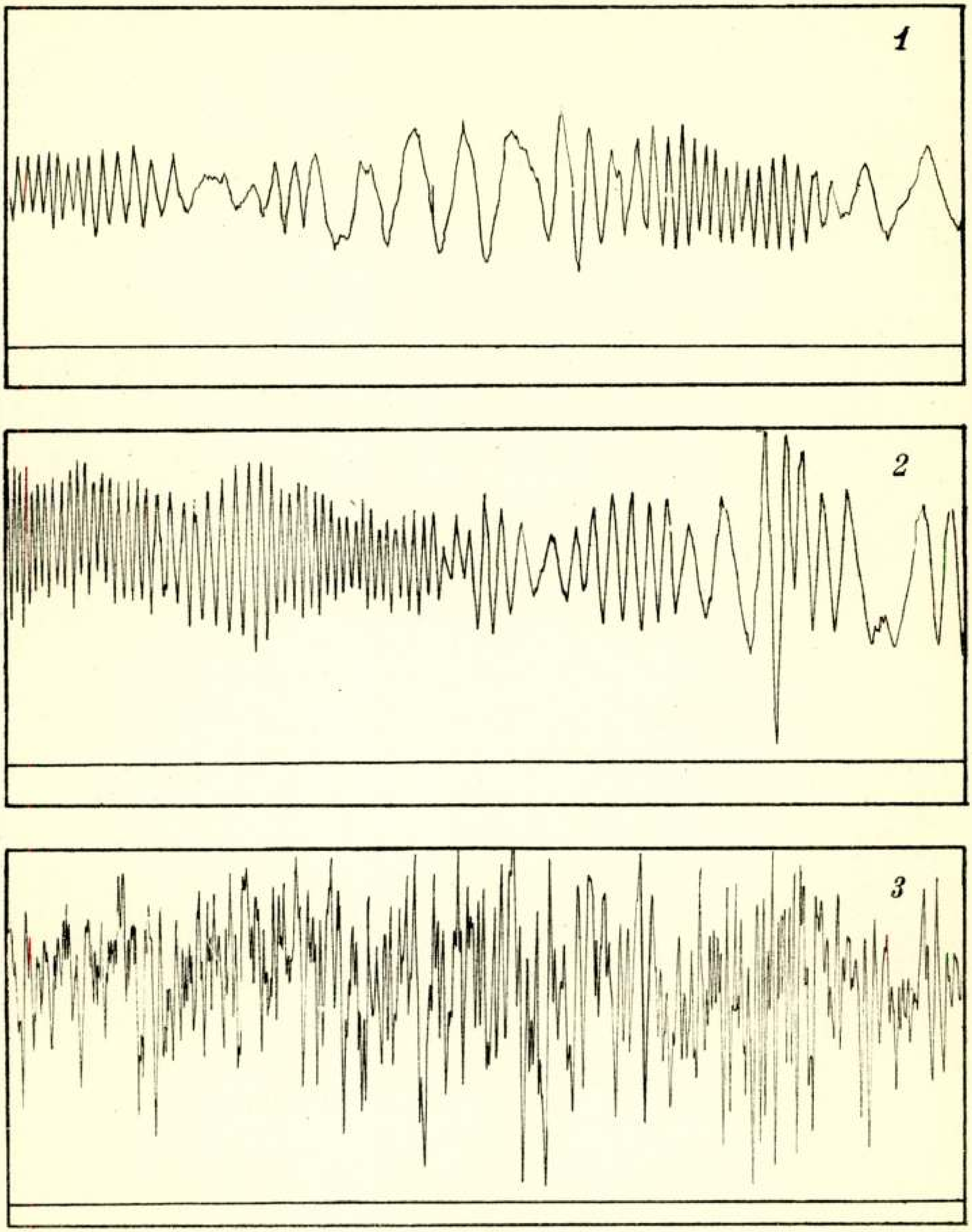


Fig. 7. zender te 's-Gravenhage, golflengte 83 M.

1. 22 Sept. '31, 10.30, „verticale" antenne.
2. 23 Sept. '31, 10.00, „verticale" antenne.
3. 24 Sept. '31, 10.00, „verticale" antenne.

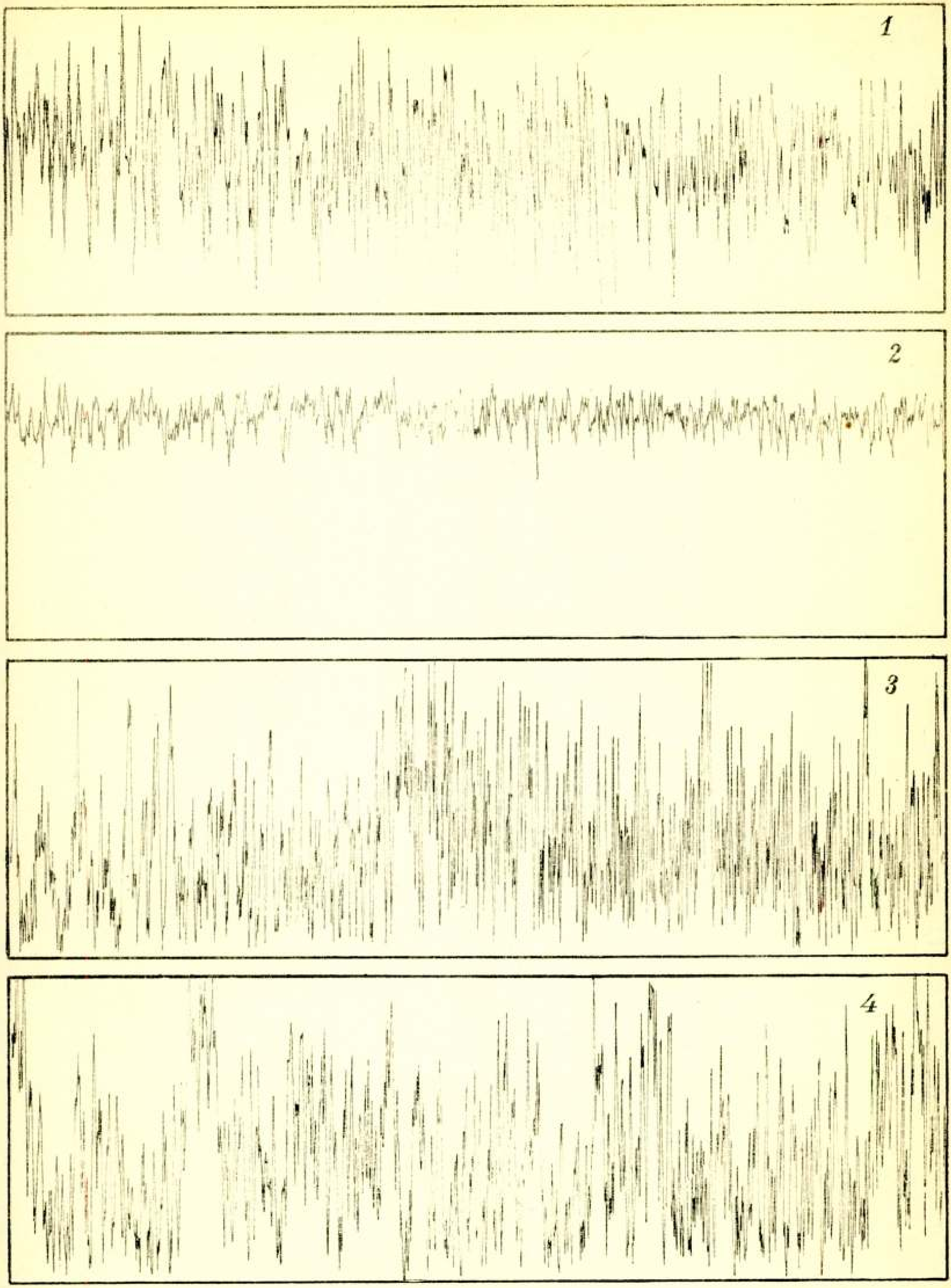


Fig. 8. **Golflengte 81 M. „schuine” ontvangantenne.**

1. 19 Oct. ’31; $19.^{50}$, zender te Rotterdam.
2. 19 Oct. ’31; $21.^{30}$, zender te Rotterdam.
3. 19 Oct. ’31; $23.^{00}$, zender te Dordrecht.
4. 19 Oct. ’31; $23.^{30}$, zender te Weenen.

in te zien, dat de hoogte van de reflecteerende laag bij lagen stand van de zon sneller verandert dan bij hoogen zonnestand; nadere beschouwing leert, dat deze verandering ongeveer evenredig is met $tg\,\eta$. Het is derhalve duidelijk, dat cet. par. de interferentiemaxima in het late najaar gemiddeld veel dichter bij elkaar zullen liggen dan in den zomer. Nu zullen behalve door de zonnestraling ook tengevolge van andere oorzaken hoogteveranderingen resp. schommelingen van de reflecteerende laag kunnen ontstaan, het zooeven gezegde kan dan ook alleen maar bij benadering als gemiddelde juist zijn.

Naarmate de golflengte kleiner is, moeten de interferentiemaxima dichter bij elkaar liggen, hetgeen ook inderdaad blijkt uit de vergelijking van fig. 5[3)] (golflengte 54 M.) met de ongeveer op hetzelfde tijdstip opgenomen fig. 3[(3)] (golflengte 81 M.): bij eerstgenoemde opname zijn de afstanden gemiddeld aanmerkelijk kleiner dan bij laatstgenoemde.

Wat de regelmatige interferentieëffecten betreft, zoo kan nog opgemerkt worden, dat de vergelijking van op verschillende dagen opgenomen krommen aanleiding geeft tot de onderstelling, dat de reflectie niet steeds in gelijke mate plaats vindt, ofschoon zulks nog niet met zekerheid kan worden gezegd. Eventueel zou dit kunnen samenhangen met de temperatuur van de reflecteerende laag.

Onder overigens gelijke omstandigheden zal de grootheid $c\,k\,l$ in (8) genomen voor de reflecteerende laag niet van de temperatuur afhangen, wel echter de electronensnelheid v_o. Dientengevolge zou met toenemende temperatuur de reflectiecoëfficiënt kleiner worden. Ook is het mogelijk, dat samenstelling resp. intensiteit van het ultraviolette licht der zon aan veranderingen onderhevig zijn, waarvan variaties van den reflectiecoëfficiënt het gevolg zullen zijn.

Zooals reeds aanvankelijk werd opgemerkt (zie boven bldz. 2) is er ook bij dag lang niet altijd sprake van een regelmatig interferentieëffect. Integendeel moet worden geconstateerd, dat de opnamen bij dag vaak een zeer onregelmatig, schijnbaar sterk gestoord karakter vertoonen. Het duidelijkst zijn deze onregelmatigheden waarneembaar bij opnamen, waarbij de directe verstoring betrekkelijk zwak is, dus in dit geval bij opnamen uit Dordrecht of den Haag. In fig. 6[(5)] en fig. 7[(3)] zijn als voorbeelden „gestoorde" opnamen van de zenders aldaar weergegeven. Nu vertoonen de opnamen, die bij avond (enkele uren na zonsondergang) of bij nacht zijn geregistreerd, alle hetzelfde

onregelmatige resp. „gestoorde" karakter, onafhankelijk van den afstand tusschen zender en ontvanger.

Als voorbeelden zijn in fig. 8 enkele avond- en nachtopnamen uit Rotterdam, Dordrecht en Weenen weergegeven. Alle vertoonen soortgelijke onregelmatigheden als de „gestoorde" opnamen bij dag, terwijl er van een regelmatig interferentie-effect nergens sprake is.

We moeten ons voorstellen, dat de reflectie bij nacht tot stand komt tengevolge van emissies van de zon (positieve en negatieve stralen), die aanleiding zullen geven tot de vorming van „ionenwolken" met naar plaats en tijd zeer verschillende electrische eigenschappen, waarop reeds vroeger [1]) werd gewezen. Onder deze omstandigheden kan van een regelmatig interferentie-effect geen sprake zijn. Nu is het zeer wel mogelijk, dat ook bij dag de meer doordringende corpusculaire stralingen, die tot eene hoogte van minimaal ongeveer 80 K.M. [2]) boven de aarde kunnen doordringen [3]), eene zekere ionisatie kunnen veroorzaken, die lager ligt dan de door het ultraviolette licht veroorzaakte, terwijl ze tevens aldaar eene verstoring zullen kunnen teweegbrengen van de temperatuur en van de regelmatig met de hoogte afnemende dichtheid. Dat zulks inderdaad mogelijk moet zijn, kan daaruit worden geconcludeerd, dat bij nacht voor de reflecteerende laag soms eene hoogte wordt gemeten, die kleiner is dan die van de door het ultraviolette licht van de zon geïoniseerde laag. Op deze wijze zou het verklaarbaar zijn, dat bij dag het regelmatige interferentie-effect zeer vaak gestoord wordt. Eigenaardig is het, dat soms sterk gestoorde opnamen worden gedaan gedurende een zeker tijdsinterval, terwijl daarvóór en daarna het interferentie-effect vrij regelmatig waarneembaar is. Zoo is b.v. de sterk gestoorde kromme, die weergegeven is in fig. $5^{(2)}$ voorafgegaan en gevolgd door de opnamen, die zijn weergegeven resp. in fig. $5^{(1)}$ in fig. $5^{(3)}$.

Buitengewoon sterk gestoord is de serie opnamen, gereproduceerd in fig. 9. Terwijl de kromme in fig. $9^{1)}$ nog een eenigszins regelmatig verloop vertoont, blijken de verdere in fig. 9 gereproduceerde opnamen steeds sterker gestoord te zijn. Op-

---

[1]) loc. cit. 1923, p. 13, 14.

[2]) loc. cit. 1926, p. 3.

[3]) Deze hoogte is afhankelijk van de waarde van a_1, bij de boven (zie bldz. 140) ondersteld temperatuurverdeeling zou deze hoogte ongeveer 90 K.M. bedragen.

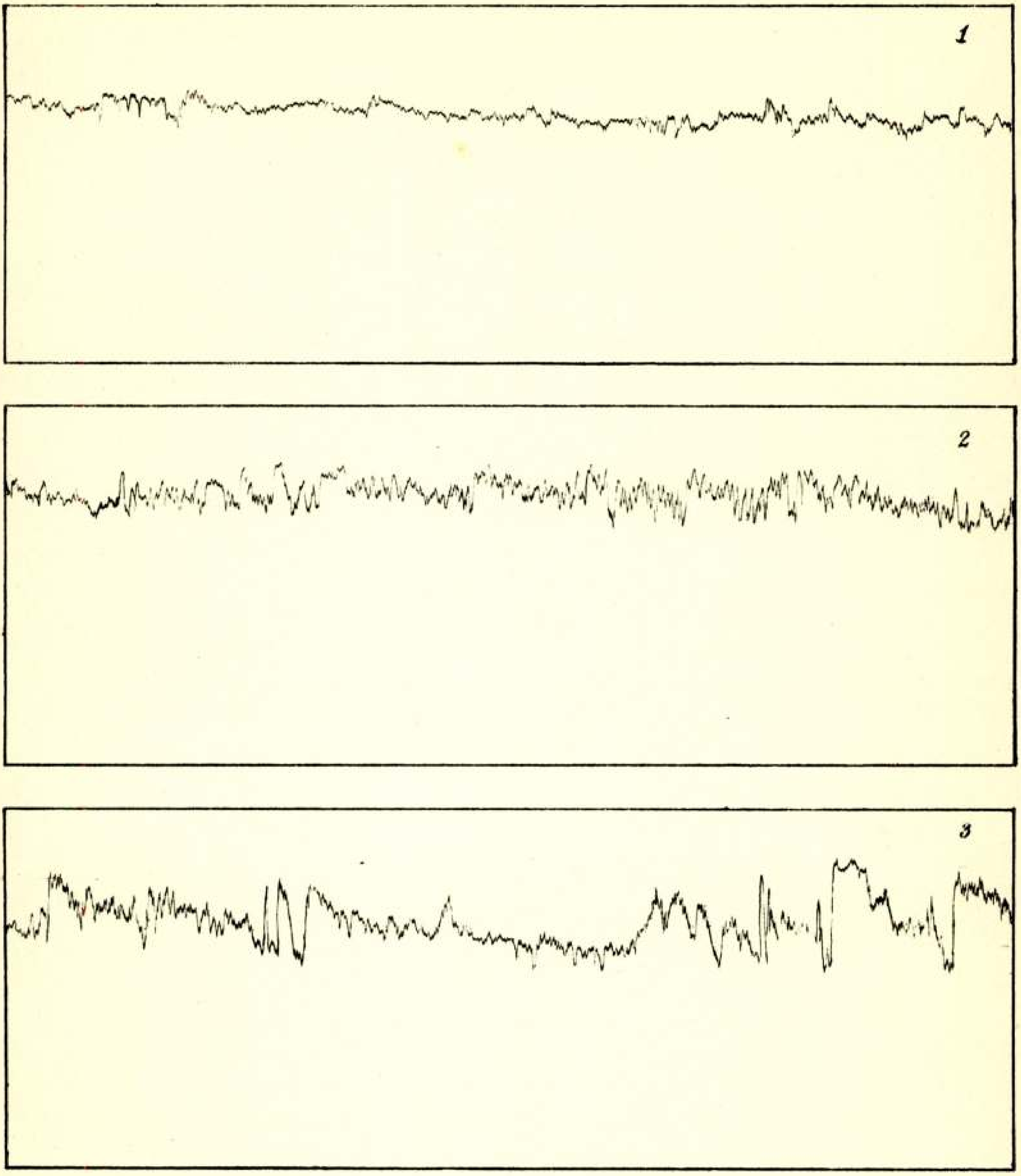


Fig. 9. zender te Rotterdam, golflengte 54 M.

opnamen van 14 Dec. '31, resp.:

1. 10.30,
2. 11.00,
3. 12.40,

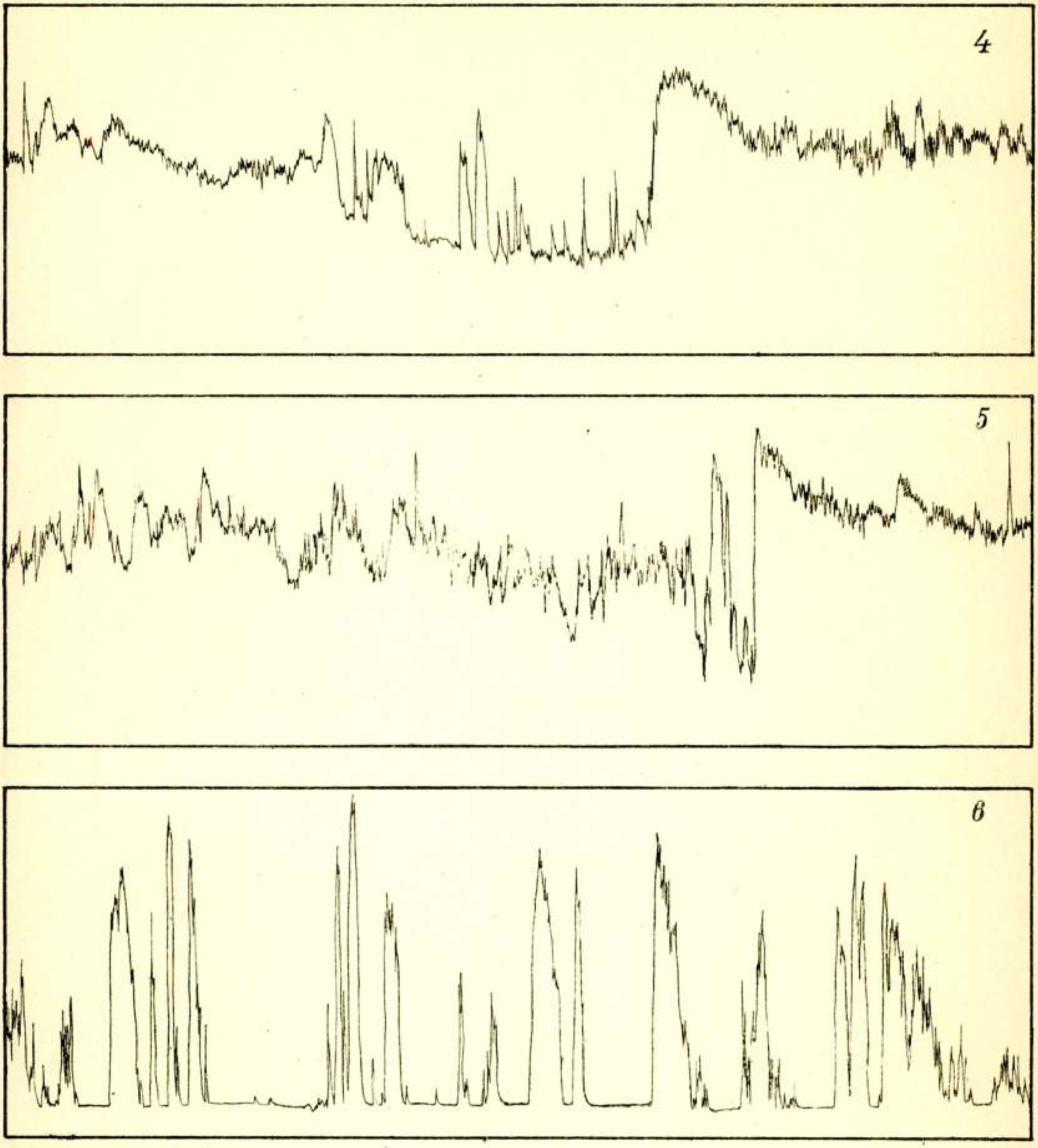


Fig. 9. zender te Rotterdam, golflengte 54 M.

opnamen van 14 Dec. '31, resp.:

4. 13.40,
5. 14.40,
6. 15.40.

merkelijk is daarbij, dat blijkbaar ten tijde van de sterkste storingen — zie fig. 9[6] — de directe golf verzwakt wordt. Zulks moet waarschijnlijk worden toegeschreven aan een incidenteel zeer groot geleidingsvermogen van de hoogere atmospheer, waardoor bij eene bepaalde electromotorische kracht van den zender de directe straling langs het aardoppervlak kan verminderen en daarmede het geregistreerde niveau van de grondgolf.

EEN ANALOGIE TUSSCHEN DE ABBESCHE THEORIE VAN DE MICROSCOPISCHE BEELDVORMING EN DIE VAN DRAAGGOLF EN ZIJBANDEN BIJ HET MODULATIEPROCES IN DE RADIO

door

W. F. EINTHOVEN

Legt men onder een microscoop een lijnen rooster en neemt men daarna het oculair uit de tube, dan ziet men, als men in de tube kijkt, een interferentie verschijnsel. Bij centrische verlichting ziet men in het midden een ronde lichtvlek, het absolute lichtmaximum genaamd, en aan beide kanten op regelmatige afstanden tevens ronde lichtvlekken, die secundaire lichtmaxima genoemd worden. Bij het wegnemen van het lijnenrooster blijft alleen het absolute lichtmax. over.

Dit verschijnsel is in volledige analogie met een draaggolf waarop een toon gemoduleerd wordt. De draaggolf is hier te vergelijken met het absolute lichtmax. en de zijbanden, veroorzaakt door den toon met boventonen, met de secundaire lichtmax.

Wordt het lijnenrooster fijner, dan gaan de secundaire lichtmax. verder uit elkaar; overeenkomstig gaan de zijbanden verder uit elkaar als de toon hooger wordt. De opening van het objectief, de z.g. apertuur, is te vergelijken met de bandwijdte van den ontvanger, waarmee de gemoduleerde draaggolf ontvangen en gedetecteerd wordt. Is de apertuur zoo klein dat alleen het absolute en de beide naastliggende lichtmax. doorgelaten worden, dan zien wij door het microscoop het lijnenrooster met een sinusoïdale lichtverdeeling van de lijn en de tusschenruimte. Legt men een lijnenrooster onder het microscoop nauwkeurig gelijk aan wat men ziet in het bovenstaande geval, dan moet ook bij grootere apertuur alleen de eerste secundaire max. te voorschijn komen, overeenkomstig aan den zuiveren toon zonder boventonen, die slechts één zijband aan iederen kant heeft. Hoe grooter de apertuur, des te meer secundaire lichtmax. vallen

door het objectief, des te juister zien wij de lijnen, wat betreft de dikte en scherpte van den zender.

Overeenkomstig hiermee vinden wij, dat wanneer alleen de eerste zijbanden door den ontvanger worden doorgelaten een sinusoïdalen toon gehoord wordt.

Naarmate meer zijbanden worden doorgelaten komen dus ook de boventoonen door en zal het timbre van den toon juister kunnen worden onderscheiden.

Is de apertuur zoo klein dat juist de secundaire licht maxima niet worden doorgelaten dan kan men de roosterstructuur niet oplossen en men ziet een gelijkmatig verlicht veld; men kan dan echter door scheeve verlichting het absolute licht max. en één secundaire in het objectief krijgen en wederom de structuur te zien krijgen. Zoo kan het in analogie hiermee gebeuren dat in een te scherp afgestemden ontvanger, indien de draaggolf midden in de afstemming staat, de zijbanden niet worden doorgelaten en dus geen toon gehoord zal worden, terwijl wanneer de draaggolf niet midden in de afstemming maar aan een zijde staat, één zijband doorgelaten wordt en dus de toon wel gehoord wordt. Gaat men met deze scheeve opstelling nog verder, dan verkrijgt men bij het microscoop den toestand dat het abs. licht max. niet meer in het objectief valt, alleen slechts eenzijdige secundaire max. Men krijgt dan de bekende donkerveld verlichting waarbij dus lichtende punten op een donkere achtergrond worden gezien. Overeenkomstig hieraan krijgt men bij de radio het systeem met onderdrukten draaggolf en enkele zijband zooals bijv. de lange golf-telefonie Londen—New York werkt.

Bandoeng, 3 Dec. 1931.

REFLECTIEVRIJ MAKEN VAN HOOGFREQUENTLEIDINGEN

door

K. POSTHUMUS
Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven — Holland.

Wanneer een bepaald vermogen door middel van een transmissielijn moet worden overgebracht van den zender naar de antenne, werkt deze overdracht dàn met zoo hoog mogelijk rendement, wanneer de stroom in de feeder overal even groot is, m. a. w. de feeder moet zuiver loopende golven voeren.

Nu is zooals bekend de stroomverdeeling in een feeder zuiver loopend als deze wordt gesloten op zijn golfweerstand R_o, de feeder wordt ter vereenvoudiging weerstandsloos gedacht. Wanneer de antenneaansluiting van de feeder uit gezien, een andere waarde heeft dan deze reëele waarde R_o, krijgen we geen zuiver loopende stroomverdeeling meer, maar kunnen we de stroomverdeeling opvatten als de superpositie van twee loopende golven van verschillende amplitudo, waarvan de grootste van zender naar antenne, de kleinste van antenne naar zender loopt.

Wanneer het nu minder gewenscht is om de aankoppeling van de antenne aan de feeder te wijzigen, b.v. omdat we deze zoo eenvoudig mogelijk wenschen te houden of dat deze plaats ontoegankelijk is, moeten we zoo dicht mogelijk bij de antenne, in het feedercircuit impedanties aanbrengen, die zorg dragen dat tenminste vanaf deze plaats tot den zender de stroomverdeeling zuiver loopend is. Uit den aard der zaak komen alleen verliesooze impedanties in aanmerking, dus smoorspoelen en condensatoren, of stukken transmissielijn.

Nu is gemakkelijk aan te toonen, dat we geheel vrij zijn in de keuze van de plaats waarop we deze impedanties willen aanbrengen, wanneer het ons niet interesseert hoe ingewikkeld het samenstel van correctie-elementen wordt, zelfs voor een

correctie bestaande uit één parallelimpedantie en één serie-impedantie (de laatste wordt ter wille van de symmetrie voor de helft in elk der twee leidingen geplaatst), elk uit een smoorspoel of condensator bestaand, kunnen we de plaats nog vrij kiezen.

Dit laatste is echter niet meer het geval wanneer we willen uitkomen met slechts één spoel of condensator, welke in serie met of parallel aan de feeder geschakeld wordt. De bedoeling van dit artikel is, op eenvoudige wijze plaats en grootte af te leiden van het dan noodige correctie-element.

Wanneer we voor de naar de antenne toe loopende golf indices *1* gebruiken, en voor de andere golf indices *2*, dan hebben we voor de resulteerende spanning:

$$\overline{V} = \overline{v}_1 + \overline{v}_2$$

$$\overline{\iota} = \overline{\iota}_1 - \overline{\iota}_2$$

terwijl $\overline{V}_1 = R_0 \overline{\iota}_1$ en $\overline{V}_2 = R_0 \overline{\iota}_2$ is.

Op een bepaalde plaats in de feeder heeft dus het gedeelte, dat het verst van den zender verwijderd is de impedantie

$$\frac{\overline{v}}{\overline{\iota}} = \frac{\overline{v}_1 + \overline{v}_2}{\overline{\iota}_1 - \overline{\iota}_2} = R_0 \frac{\overline{v}_1 + \overline{v}_2}{\overline{v}_1 - \overline{v}_2}$$

en een admittantie

$$\frac{\overline{\iota}}{\overline{v}} = \frac{1}{R_0} \frac{\overline{v}_1 - \overline{v}_2}{\overline{v}_1 + \overline{v}_2}$$

Wanneer $\overline{v}_1$ en $\overline{v}_2$ in fase zijn, hebben we een spanningsbuik op de feeder, wanneer $\overline{v}_1$ en $\overline{v}_2$ in tegenfase zijn, een spanningsknoop. Wanneer we ons op de feeder bevinden, op een afstand l naar de antenne toe van af een punt van max.spanning, is de faze van $\overline{v}_1$ een hoek $\frac{\varphi}{2} = \frac{2\pi l}{\lambda}$ achter bij de faze die $\overline{v}_1$ en $\overline{v}_2$ beide hebben op deze spanningsbuik, en $\overline{v}_2$ eenzelfde hoek $\frac{\varphi}{2}$ vóór. Op dit punt is dus de faze van $\overline{v}_2$ een hoek $\varphi = \frac{4\pi l}{\lambda}$ voorijlend t. o. v. $\overline{v}_1$. Dit geval is in fig. 1 voorgesteld.

$$OB = \overline{v}_1 \quad BC = \overline{v}_2 \quad OA = \overline{v}_1 - \overline{v}_2 \quad OC = \overline{v}_1 + \overline{v}_2.$$

We denken ons nu het bijzondere geval dat $AC \perp OA$ is. De voorwaarde die hiervoor vervuld moet zijn is

$$\cos\varphi = \frac{AB}{OB} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{max} + v_{min}} = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}}$$

In dit speciale geval is

$$\frac{v}{i} = R_o \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_2}{\bar{v}_1 - \bar{v}_2} = R_o \left[1 + j \, . \frac{AC}{OA} \right] = R_o \left[1 + j \, . \, 2 \cot g \, \varphi \right]$$

Wanneer we dus op dit punt met de feeder in serie schakelen een impedantie

$R_o \, . - 2 j \cot g \, \varphi$ (in beide leidingen de helft)

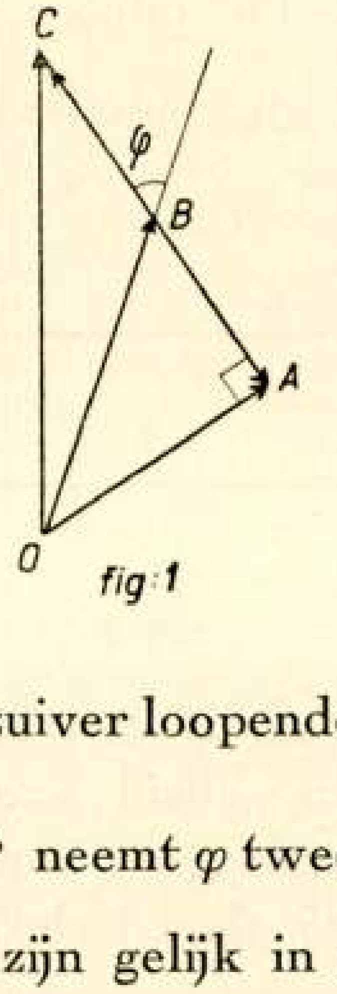


fig 1

krijgen we aanpassing en zuiver loopende golven vanaf den zender tot dit punt.

Vanaf -180 tot $+180°$ neemt φ twee waarden aan, waarvoor $\cos\varphi = \frac{v_2}{v_1}$. Beide hoeken zijn gelijk in grootte en scherp, maar hebben verschillend teeken. De afstand l van de door deze waarde van φ gegeven punten tot de spanningsbuik bedraagt dus minder dan 45 electrische graden, of minder dan $^1/_8 \; \lambda$.

Op grond van het teeken van $\cot g \, \varphi$ volgt, dat voor het punt dat het dichtst bij de antenne ligt, een condensator in serie geschakeld moet worden, en voor het punt dat het dichtst bij den zender ligt een spoel.

De waarden zijn $\omega L = \frac{1}{\omega C} = 2 R_o \cot g \frac{4 \pi l}{\lambda}$, terwijl $\cos \frac{4 \pi l}{\lambda} = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}}$.

De helft van de impedantie moet in ieder der leidingen ge-

schakeld worden. De waarden i_{max} en i_{min} kunnen gemakkelijk gemeten worden.

We kunnen verder nog uit fig. 1 zien, dat wanneer $cos\ \varphi = -\frac{v_2}{v_1}$, $\overline{v}_1 - \overline{v}_2$ en $\overline{v}_1 + \overline{v}_2$ verwisseld zijn. In dat geval hebben we dus:

$$\frac{\overline{v}_1 - \overline{v}_2}{\overline{v}_1 + \overline{v}_2} = \left(1 + j \cdot \frac{AC}{OA}\right) = 1 - 2\, j\, cotg\ \varphi$$

In dat geval is dus de admittantie $\frac{\overline{i}}{v} = \frac{1}{R_0}(1 - 2\, j\, cotg\ \varphi)$ en door het parallelschakelen van een admittantie ter grootte $\frac{1}{R_0} \cdot 2\, j\, cotg\ \varphi$ krijgen we aanpassing. Ook deze voorwaarde voor φ is voor twee waarden vervuld, nl. één tusschen 90 en 180° en één tusschen -90 en $-180°$. De punten waarvoor deze betrekking $cos\ \varphi = -\frac{v_2}{v_1}$ geldt, liggen dus minder dan 45 electrische graden

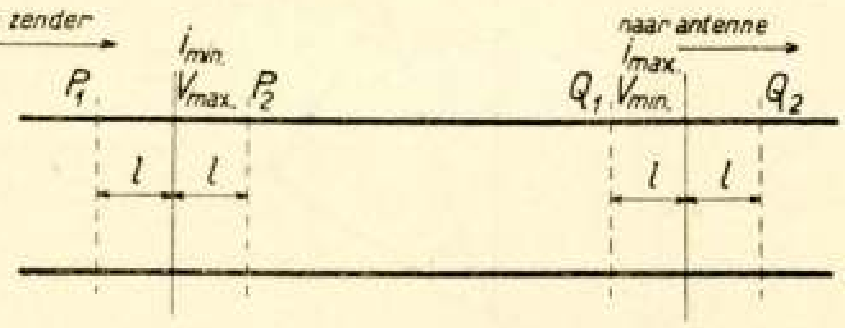


fig: 2

van een spanningsknoop af. Natuurlijk is elk punt gelijkwaardig met alle punten, die een geheel aantal halve golven van dit punt verwijderd zijn, en daarom kunnen we deze twee laatste punten op minder dan 45 electrische graden van *dezelfde* spanningsknoop af denken.

Als korte samenvatting kunnen we het volgende voorschrift opstellen:

We bepalen de plaats van min. en max. stroom en de waarden hiervan. We bepalen de scherpe hoek φ die volgt uit de betrekking $cos\ \varphi = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}}$, en de lengte op de feeder bepaald door de betrekking $\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{\varphi}{2}$.

Ter weerszijden van een stroomknoop vinden we nu twee punten P_1 en P_2, ter weerszijden van een stroombuik twee punten Q_1 en Q_2, op afstand l van deze stroomknoop resp. stroombuik verwijderd. (Zie fig. 2).

We kunnen nu één van de volgende vier correcties toepassen:

1. In P_1 in serie schakelen een zelfinductie bepaald door $\omega L = 2 R_0 \cot g \frac{4 \pi l}{\lambda}$ (in elke leiding de helft).
2. In P_2 in serie schakelen een capaciteit bepaald door $\frac{1}{\omega C} = 2 R_0 \cot g \frac{4 \pi l}{\lambda}$ (in elke leiding het dubbele).
3. In Q_1 parallel schakelen een capaciteit bepaald door $\omega C = \frac{2}{R_0} \cot g \frac{4 \pi l}{\lambda}$.
4. In Q_2 parallel schakelen een zelfinductie bepaald door $\frac{1}{\omega L} = \frac{2}{R_0} \cot g \frac{4 \pi l}{\lambda}$.

In plaats van geconcentreerde capaciteiten en zelfinducties kunnen stukken transmissielijn gebruikt worden.

Eindhoven, 10 Februari 1932.

SUMMARY

A simple method is derived by which it is possible to eliminate standing waves on a symmetrical feeder by inserting only one correcting impedance.

This can be done in four different ways, i. e. either a choke coil or a condenser, both either in parallel or in series. Instead of a coil or a condenser sections of transmission line may be used.

HET METEN VAN RADIOSTORINGEN

door

J. W. ALEXANDER
Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven (Holland)

HOOFDSTUK I

§ 1. *Definitie storing.*

Allereerst zal het begrip storing nader gedefinieerd worden. Daartoe gaan we uit van hetgeen uit de practijk bekend is. Dit is het volgende: Werkt een storing als E. M. K. in een kring gevormd door een serieschakeling van een zelfinductie L, een capaciteit C en een weerstand r, dan heeft bij verandering van de eigenfrequentie van dien kring de spanning op een element van dien kring geen scherp maximum, terwijl ook bekend is dat, wanneer de E. M. K. sinusvormig met den tijd verandert, er een zeer scherp maximum optreedt (bij resonantie).

Hieruit is te concludeeren: een stoorspanning heeft niet een bepaalde frequentie maar bezit meerdere hoogfrequent-componenten.

Beschouwen we wederom een L, C, r kring, die magnetische noch electrische energie bevat, dus volkomen in rust is. Hierop laten we ten tijde $t = o$ een storing $E_s = f(t)$ werken, die we voorstellen door een functie die voor $t < o$ en voor $t > \tau$ gelijk o is. De berekening (zie hoofdstuk II pag. 173) leert, dat in dit geval voor de condensatorspanning geschreven kan worden:

$$V = \omega\, G(\omega)\, e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$$

waarin $\omega\, G(\omega)$ voorstelt de grootte van de component der frequentie

ω uit het frequentiespectrum van de stoorspanning $E_s = f(t)$,

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} \text{ en } \alpha = \frac{r}{2L}$$

Uit deze formule is te zien, dat indien $G(\omega)$ een functie van ω voorstelt, die langzaam met ω verandert met deze vergelijking een spanning wordt beschreven die juist voldoet aan de eigenschap van een storing, namelijk, dat wanneer zij werkt op een L, C, r kring de spanning op de condensator bij verandering van de eigenfrequentie der kring slechts weinig verandert.

De vergelijking kan als volgt onder woorden gebracht worden: *De spanning die in een kring met de eigenhoekfrequentie ω door een stoorspanning wordt opgewekt, hangt alleen af van de constanten van dien kring en van de spectrale intensiteit der frequentie ω van die spanning* [1]).

Deze hoofdeigenschap zouden wij ook als volgt kunnen omschrijven: Denken we ons een willekeurig systeem uit impedantie bestaande, die een lineair verband tusschen stroom en spanning vertoonen, waarin in een bepaald punt een stoorspanning werkzaam is en waaraan in een ander punt een L, C, r kring met de eigenhoekfrequentie ω los (teneinde de selectiviteit te bewaren) is gekoppeld, dan interesseert ons bij de berekening van de door de stoorspanning opgewekte spanning slechts een smal frequentiegebied rondom de eigenfrequentie van den kring. Opmerking: Zijn er echter andere dan bovengenoemde impedanties aanwezig dan kunnen zich verschijnselen voordoen die niet door het voorgaande beschreven worden. Nemen we als voorbeeld het hoogfrequentgedeelte van een radio-ontvangtoestel, bestaande uit een antenne, capacitief gekoppeld met een L, C, r kring met eigenfrequentie ω, een hoogfrequentversterker lamp en wederom een L, C, r kring met dezelfde eigenfrequentie. Met een rechte lampkarakteristiek dus bij lineaire versterking wordt er een bepaalde spanning in de tweede kring opgewekt. Met een gekromde karakteristiek zal er een extra spanning in de tweede kring worden opgewekt, waarvoor het echter noodzakelijk is, dat 1°. de karakteristiek in het punt waar gewerkt wordt een derde afgeleide bezit, 2°. een voldoend sterke draaggolf van de frequentie ω aanwezig is en 3°. er nog een trillingskring met een eigenfrequentie $\neq \omega$ zijn spanning op het rooster geeft.

[1]) Reeds in 1924 door Koerts uitgesproken: Atmosphärische Störungen in der drahtlosen Nachrichtenübermittlung 1924, Hoofdstuk I, § 7.
Zie ook Carson, Bell. Syst. Techn. Jrnl. 4, 265, 1925.

In dit geval blijkt het dan ook practisch mogelijk deze extra storing te verminderen door 1⁰. het gebruik van variabele Mu-lampen, die een veel kleinere derde afgeleide bezitten dan de gebruikelijke lampen, 2⁰. de draaggolf te onderdrukken, 3⁰. een zoodanige schakeling te kiezen dat de frequenties buiten het te ontvangen gebied minder sterke spanningen op het rooster geven (b.v. en wel speciaal tegen de frequenties grooter dan de te ontvangen frequentie het aanbrengen van een weerstand direct voor het rooster of het koppelen van antenne met ontvangtoestel over een weerstand of kleine smoorspoel. De onder 1 en 3 genoemde middelen hebben geen invloed op de ontvangst van de normale frequentie ω.).

§ 2. *Het meten der storing.*

Het is dus uit het voorgaande van belang het frequentiespectrum van een storing te kennen. Dit kan geschieden volgens een substitutiemethode met topvoltmeter-indicatie.

In principe bestaat deze methode uit het volgende: De storing werkt als E. M. K. in een L, C, r kring. De condensatorspanning van deze kring wordt in serie met een gelijkspanning op het rooster van een versterkertriode gebracht. Van de gelijkspanning wordt de positieve pool met de kathode verbonden. De grootte van die spanning wordt zoo geregeld dat er een minimale anodestroom vloeit. Vervolgens wordt de storing vervangen door een E. M. K. $E_m \sin \omega t$ van dezelfde frequentie als de eigenfrequentie van de kring en de grootte ervan wordt zoodanig geregeld dat er ook net even anodestroom vloeit.

De maximale spanning van de condensator veroorzaakt door de storing is dan gelijk aan de maximale spanning op de condensator veroorzaakt door de sinusvormige spanning. Het verband tusschen de beide maxima zal hieronder (hoofdstuk II § 2 pag. 175) berekend worden.

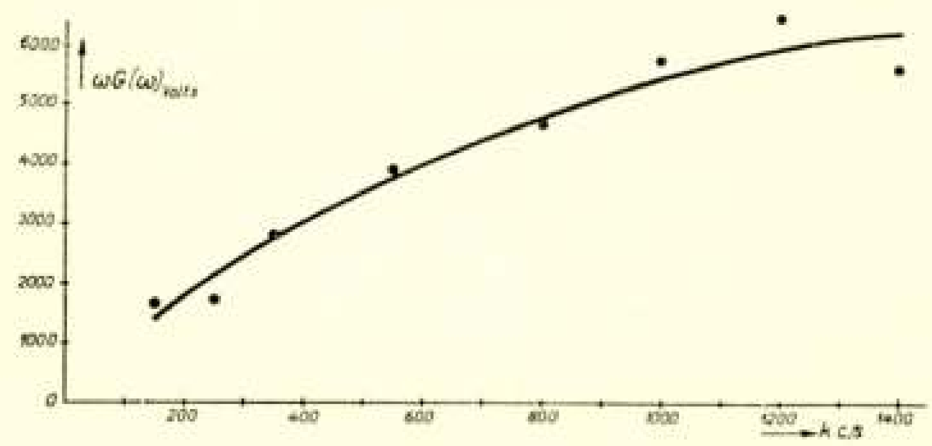
Door deze meting bij andere frequenties van de kring te herhalen is het mogelijk een storingsspectrum op te maken. Het is uit den aard der zaak voor het meten van een spectrum noodzakelijk dat de storing niet slechts een enkele keer optreedt, zij moet reproduceerbaar zijn, of er moeten evenveel meetinstallaties zijn als er punten van het spectrum bepaald moeten worden.

In werkelijkheid is de schakeling ingewikkelder en gebruiken we, behalve de substitutie-generator die de meetbare veranderlijke E. M. K. van verschillende frequentie kan geven, inplaats van een enkele L, C, r kring een volledig ontvangtoestel, bestaande

uit een koppelcapaciteit C_1, een hoogfrequentversterker gevormd door drie (eventueel meer) afgestemde kringen, gekoppeld over twee (of meer) hoogfrequentversterkerlampen, een detector met zijn variabele negatieve roosterbatterij en een laagfrequentversterker om de anodestroom van de detector hoorbaar te maken.

De negatieve roosterspanning voor den detector wordt nu zoodanig ingesteld, dat de maximale waarde der spanning van de condensator vòòr de detector via de laagfrequentversterker een juist hoorbare tik in den luidspreker geeft. Om een juist hoorbare toon in den luidspreker te krijgen tengevolge van de substitutiespanning is het noodzakelijk daarvoor een laagfrequent gemoduleerde hoogfrequente trilling te gebruiken en het zal duidelijk zijn, dat deze modulatie zoo klein mogelijk moet zijn.

Voor de topwaarde der spanning van de condensator vòòr



Figuur 1.

de detector geeft de berekening (zie hoofdstuk II § 2 pag. 175) de waarde:

$$S^2 \frac{C_1 L^2}{C^3 r^2} \frac{2}{e^2} \omega G(\omega)$$

waarin S de steilheid en $e = 2{,}718$.

Een signaal $E_m \sin \omega t$ geeft op dezelfde plaats als topwaarde (zie hoofdstuk II § 3 pag. 180)

$$S^2 \frac{C_1 L^2}{C^3 r^2} \frac{1}{2} \frac{\omega}{a} E_m$$

Uit de gelijkheid der topwaarden volgt:

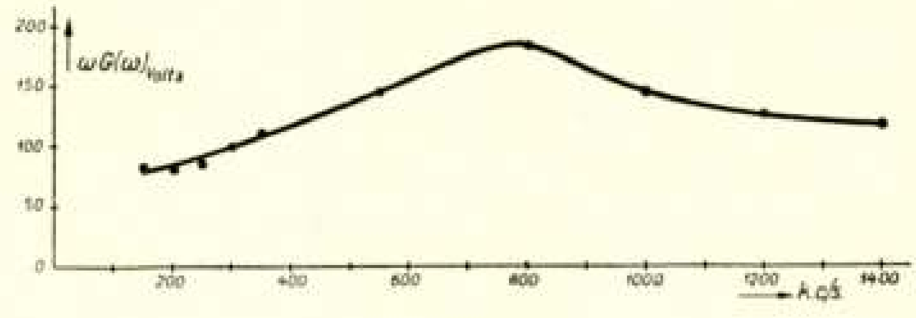
$$\omega G(\omega) = E_m \frac{e^2 \omega}{4 a}$$

E_m en ω zijn bekend, a is bijv. op de bekende manier uit de bandbreedte te bepalen, dus $G(\omega)$ is gevonden.

Figuur 1 geeft een beeld van het op deze manier gemeten

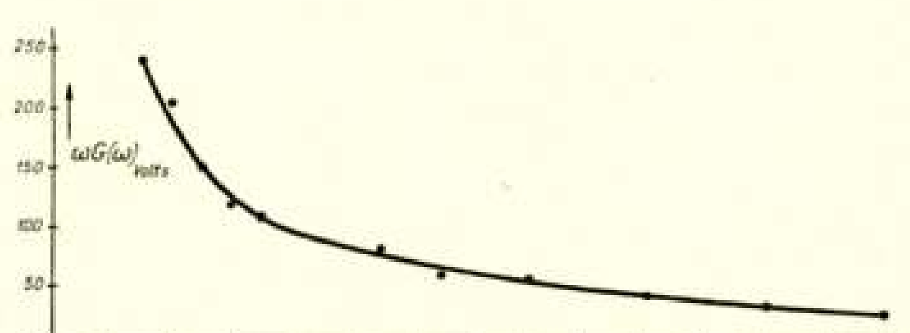
storingsspectrum van een kleine motor van een haardroger, figuur 2 van een iets grootere motor 0,5 P.K., figuur 3 van een gelijkrichter (15 kW.).

Bij deze motoren is het spectrum gemeten van een stoorspanning werkzaam tusschen collector en borstel, dus daar waar meestal vonken optreden, die echter bij de motor van figuur 2 niet zichtbaar waren. Bij het opnemen van het storingsspectrum van een motor doet zich de moeilijkheid voor dat er eigenlijk



Figuur 2.

op twee plaatsen tegelijkertijd stoorspanningen werkzaam zijn. Onder de beide borstels worden namelijk door het draaien van het anker de eerst door den borstel zelf kortgesloten ankerwindingen weer geopend. Schakelen we echter de meetontvanger op een impedantie waarop de eene stoorspanning meer spanning geeft dan de andere, b.v. tusschen de eene borstel en het huis van de motor dan zullen er wel in de te meten stoorspanning toppen voorkomen, die door samenwerking van de beide bronnen een grooter maximum bereiken, maar in de practijk blijkt het



Figuur 3.

goed mogelijk te zijn op een gemiddeld maximaal niveau in te stellen, waarbij de invloed van de ongewenschte (de kleinste) stoorspanning is geëlimineerd.

De aldus gemeten stoorspanningen zijn nu werkzaam in een gecompliceerd systeem van impedanties, waaronder het net is begrepen en waaraan b.v. door middel van een antenne een ontvangtoestel kan gekoppeld zijn. De in het ontvangtoestel veroorzaakte storingen hangen dus af van vele factoren, maar indien het frequentiespectrum van de stoorspanning door meting

en verder alle optredende impedanties bekend zijn, kan de storing in het ontvangtoestel vooruit berekend worden. De goede overeenkomst tusschen de aldus vooruit berekende en de experimenteel bepaalde stoorspanning bewijst de geldigheid van de hoofdeigenschap.

HOOFDSTUK II

§ 1. Ter berekening van de op pag. 2 genoemde vergelijking voor de condensatorspanning

$$V = \omega\, G(\omega)\, e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$$

welke de oplossing is van de differentiaalvergelijking

$$L\,C\,V'' + r\,C\,V' + V = E_s = f(t) \qquad \left(V' = \frac{dV}{dt}\right)$$

gaan we uit van de bekende algemeene oplossing der diff. vergelijking, welke de volgende gedaante heeft:

$$V = \frac{1}{\omega L C} \int_0^t f(x)\, e^{-\alpha(t-x)} \sin \omega (t-x)\, dx$$

waarin

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} \quad \text{en} \quad \alpha = \frac{r}{2L}$$

waarbij de kring voor het inschakelen der $f(t)$ ten tijde $t = 0$ in rust was ($V = V' = 0$). Voor $\alpha^2 << \omega^2$ gaat dit over in:

$$V = \omega \int_0^t f(x)\, e^{-\alpha(t-x)} \sin \omega (t-x)\, dx$$

We beschouwen het geval dat $E_s = f(t) = 0$ voor $t < 0$ en $t > \tau$, dan geldt voor $t > \tau$

$$V = \omega \int_0^\infty f(x)\, e^{-\alpha(t-x)} \sin \omega (t-x)\, dx$$

We zullen deze integraal berekenen volgens Koerts [1]) die de aanname maakt dat $e^{\alpha x}$ in het interval van 0 tot τ nagenoeg niet van grootte verandert, zoodat $e^{\alpha x} = 1$. Dit is slechts geldig

---

[1]) Koerts, niet gepubliceerd.

zoolang $\alpha\tau \ll 1$ waaraan behalve dat indien τ klein genoeg is, ook voldaan kan worden door α voldoende klein te maken.

In dit geval wordt:

$$V = \omega e^{-\alpha t} \int_0^{\infty} f(x) \sin \omega (t - x)\, dx$$

Volgens het integraaltheorema van Fourier is

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_0^{\infty} f(x)\, e^{-iz(x-t)}\, dx$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izt}\, dz \left\{ P(z) + i\, Q(z) \right\}$$

waarin dus $P(z) + i\,Q(z)$ de component van de frequentie z beteekent en waarin $P(z), Q(z)$ de volgende waarde hebben:

$$P(z) = \int_0^{\infty} f(x) \cos z x\, dx$$

$$Q(z) = -\int_0^{\infty} f(x) \sin z x\, dx$$

Verder noemen we $G(z)$ de grootte van de component z dus

$$G(z) = \sqrt{P^2(z) + Q^2(z)}$$

Voor V kunnen we dus ook schrijven:

$$V = \omega e^{-\alpha t} G(\omega) \sin (\omega t + \varphi)$$

$$tg\, \varphi = \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Hiermede is het gestelde bewezen.

Hier zij verder opgemerkt, dat bij de berekening is aangenomen dat $\alpha\tau \ll 1$ d. w. z. de aanlooptijd van de kring is groot t. o. v. den storingstijd τ. Het is dus niet noodzakelijk dat de eigentrillingstijd $\frac{1}{\omega} \gg \tau$. Indien aan de laatste voorwaarde is voldaan, is er voor radioketens in het algemeen ook voldaan aan de voorwaarde dat $\alpha\tau \ll 1$ want $\frac{1}{\alpha} \gg \frac{1}{\omega}$.

§ 2. In dit hoofdstuk zal de op pag. 171 aangeduide topwaarde der condensatorspanning

$$S^2 \frac{C_1 L^2}{C^3 r^2} \frac{2}{e^2} \omega G(\omega)$$

berekend worden met behulp van Fourier's integraaltheorema en een integratie in het complexe gebied [1]).

Wij hebben gevonden (§ 1 van dit hoofdstuk) dat een stoorspanning, in serie met een L, C, r kring een condensatorspanning opwekt:

$$V = \omega G(\omega) e^{-at} \sin(\omega t + \varphi)$$

Volgens de beschrijving gebruiken wij echter een schakeling, waarbij de spanning toegevoerd wordt over een koppelcapaciteit C_1, die dus in serie staat met de parallelschakeling van L, r en C. Hiervoor luidt de differentiaalvergelijking:

$$L(C + C_1) V_1'' + r(C + C_1) V_1' + V_1 = -C_1 (L E'' + r E')$$

Nu is uit de op pag. 3 genoemde hoofdeigenschap in te zien dat hiervoor de oplossing luidt:

$$V_1 = \frac{C_1}{C} \omega G(\omega) e^{-at} \sin(\omega t + \varphi)$$

in het geval $C_1 << C$ daar voor de resonantiefrequentie het rechterlid der diff.verg. overgaat in $\frac{C_1}{C} E$.

Deze condensatorspanning wordt via de eerste hoogfrequentversterkerlamp met steilheid S en inwendige weerstand R_i gebrocht op een tweede kring. Noemen we V_2 de spanning van de condensator van dien kring, dan wordt het verband tusschen V_2 en V_1 gegeven door de differentiaalvergelijking:

$$L C V_2'' + \left(r C + \frac{L}{R_i}\right) V_2' + \left(1 + \frac{r}{R_i}\right) V_2 = S(L V_1' + r V_1)$$

Nogmaals een lamp en een kring geeft:

$$L C V_3'' + \left(r C + \frac{L}{R_i}\right) V_3' + \left(1 + \frac{r}{R_i}\right) V_3 = S(L V_2' + r V_2)$$

---

[1]) Koerts, Atmosphärische Störungen hoofdstuk I, § 2.
Whittaker-Watson, Modern analysis, hoofdstuk VI.

Bij de meting gebruiken we hoogfrequentversterkerlampen en kringen waarvoor geldt $R_i >> \frac{L}{C r}$ en $R_i >> r$, zoodat we de beide laatste vergelijkingen kunnen vereenvoudigen tot

$$L C V_2'' + r C V_2' + V_2 = S(L V_1' + r V_1)$$
$$L C V_3'' + r C V_3' + V_3 = S(L V_2' + r V_2)$$

waarbij voor $t = 0 \quad V_2 = V_2' = V_3 = V_3' = 0$

en waarin $\quad V_1 = \frac{C_1}{C} \omega G(\omega) e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$

Daar we aannemen dat $\alpha << \omega$ is hiervoor bij benadering te schrijven:

$$V_1 = \frac{C_1}{C} \omega G(\omega) e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

Nu is volgens Fourier

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(z) e^{izt} dz$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_2(z) e^{izt} dz$$

$$V_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_3(z) e^{izt} dz$$

en aan de diff.verg. zal voldaan worden door

$$\varphi_3(z) = \varphi_1(z) \frac{S^2}{C^2} \frac{\left(iz + \frac{r}{L}\right)^2}{\left\{(iz)^2 + \frac{r}{L} iz + \frac{1}{LC}\right\}^2}$$

Met

$$\nu_1 = -\frac{r}{2L} + i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = -\alpha + i\omega$$

$$\nu_2 = -\frac{r}{2L} - i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = -\alpha - i\omega$$

kan dit geschreven worden:

$$\varphi_3(z) = \varphi_1(z) \frac{S^2}{C^2} \frac{(z+2a)^2}{\left\{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)\right\}^2}$$

$\varphi_1(z)$ is met behulp van het Fourier-theorema te bepalen uit V_1:

$$\varphi_1(z) = \int_0^\infty f(x)\, e^{-izx}\, dx$$

$$= \int_0^\infty \frac{C_1}{C}\, \omega\, G(\omega)\, e^{-ax} \sin \omega x\, e^{-izx}\, dx$$

$$= \frac{C_1}{C}\, \omega\, G(\omega) \frac{\omega}{\omega^2 + (a+iz)^2}$$

$$= \frac{C_1}{C}\, \omega^2\, G(\omega) \frac{1}{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)}$$

zoodat

$$\varphi_3(z) = \frac{S^2\, C_1\, \omega^2\, G(\omega)}{C^3} \frac{(iz+2a)^2}{\left\{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)\right\}^3}$$

Door integratie van φ_3 is V_3 te verkrijgen, daar

$$V_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_3(z)\, e^{izt}\, dz$$

dus

$$V_3 = \frac{1}{2\pi} \frac{S^2\, C_1\, \omega^2\, G(\omega)}{C^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{izt}(iz+2a)^2\, dz}{\left\{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)\right\}^3}$$

We zullen nu van de integraal tusschen de grenzen $-\infty$ en $+\infty$ overgaan tot een contourintegraal in het complexe vlak, waarbij de contour gevormd wordt door de reëele as van $-\infty$ tot $+\infty$ en verder door een halve cirkel met *o* tot middelpunt in het positief imaginaire vlak van $+\infty$ terug naar $-\infty$. We moeten nu eerst aantoonen dat deze overgang geoorloofd is. De contourintegraal langs de geheele omtrek zal gelijk zijn aan de integraal van $-\infty$ tot $+\infty$ indien de integraal langs de halve cirkel gelijk *o* wordt.

Nemen we als straal van deze cirkel r, dan is voor het ge-

deelte der integraal langs de cirkelomtrek $z = r e^{i\varphi}$ waarin r voorloopig zoo groot is dat $r >> \nu_1$ en $r >> \nu_2$. Later zullen we r tot ∞ laten naderen.

De integraal gaat dan over in:

$$\int_0^{\pi} \frac{e^{itr(\cos\varphi + i\sin\varphi)}}{(i r e^{i\varphi})^4} \, i r e^{i\varphi} \, d\varphi$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{e^{-rt(\sin\varphi - i\cos\varphi) - 3i\varphi}}{-i r^3} \, d\varphi$$

Deze integraal is in absolute waarde zeker kleiner dan

$$\int_0^{\pi} \frac{e^{-rt\sin\varphi}}{r^3} \, d\varphi$$

en deze is op zijn beurt weer kleiner dan

$$\int_0^{\pi} \frac{e^{-rt\varphi}}{r^3} \, d\varphi$$

zoodat tenslotte de integraal in absolute waarde kleiner is dan $\frac{1}{r^4 t}$ en voor de limiet $r = \infty$ verdwijnt.

De integraal over de reëele as van $-\infty$ tot $+\infty$ mag dus vervangen worden door de integraal over den omtrek van het positief imaginaire vlak.

We kunnen nu verder de waarde der contourintegraal berekenen uit de residuën, immers

$$\int_c f(z) \, dz = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} R(\nu_k)$$

als $R(\nu_k)$ het residu beteekent dat bij de pool ν_k hoort,

Heeft $f(z)$ de vorm

$$\frac{\varphi(z)}{(z-\nu)^n}$$

dan is hiervoor te schrijven:

$$\frac{1}{(z-\nu)^n}\left\{\varphi(\nu)+(z-\nu)\varphi^1(\nu)+\ldots\ldots\frac{(z-\nu)^{n-1}}{(n-1)!}\varphi^{n-1}(\nu)\right\}+x(z)$$

zoodat de residuwaarde bij de pool ν bedraagt:

$$R(\nu)=\frac{\varphi^{n-1}(\nu)}{(n-1)!}$$

Ter berekening van de integraal splitsen we eerst de noemer van de integrand van φ_3 namelijk $\left\{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)\right\}^3$ zoodat

$$\frac{1}{\left\{(iz-\nu_1)(iz-\nu_2)\right\}^3}=\frac{f_1(iz)}{(iz-\nu_1)^3}+\frac{f_2(iz)}{(iz-\nu_2)^3}=$$

$$=\frac{f_1(iz)}{i^3(z+i\nu_1)^3}+\frac{f_2(iz)}{i^3(z+i\nu_2)^3}$$

Volgens de theorie wordt de residuwaarde der integraal verkregen uit de volgende uitdrukking:

$$2\pi i\frac{1}{2}\frac{1}{i^3}\left[\left(\frac{d^2}{dz^2}\left\{(iz+2a)^2 f_1(iz)\,e^{izt}\right\}\right)_{z=-iV_1}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{d^2}{dz^2}\left\{(iz+2a)^2 f_2(iz)\,e^{izt}\right\}\right)_{z=-iV_1}\right]$$

wat als resultaat geeft:

$$\frac{\pi}{4\omega^3}e^{-at}\left\{\sin\omega t\left(1+\frac{3a^2}{\omega^2}+2at-a^2t^2+\omega^2t^2\right)-\right.$$

$$\left.-\cos\omega t\left(\omega t+\frac{3a^2}{\omega}t+2a\omega t^2\right)\right\}$$

Het zal duidelijk zijn dat het grootste maximum daar optreedt, waar $e^{-at}t^2$ maximaal is, dat is voor

$$t=\frac{2}{a}=\frac{4L}{r}$$

zoodat

$$V_3 = \frac{S^2\, C_1\, L^2}{C^3\, r^2}\, \frac{2}{e^2}\, \omega\, G(\omega)$$

Hiermede is het gestelde bewezen.

§ 3. De spanning van een signaal met frequentie ω op de condensator voor de detector (zie pag. 171) kan op de volgende manier berekend worden.

Het verband tusschen de E. M. K. en de spanning op de eerste kring wordt gegeven door de volgende vergelijking (zie hoofdstuk II § 2, pag, 175).

$$L\,(C + C_1)\, V_1'' + r\,(C + C_1)\, V_1' + V_1 = -\, C_1\, (L\, E'' + r\, E')$$

Voor een sinusvormig met den tijd veranderlijke E. M. K. volgt hieruit in het geval van resonantie

$$V_1 = \frac{C_1}{C}\, \frac{\omega}{2\, a}\, E_m$$

De spanning op de tweede kring wordt dan:

$$V_2 = S\, \frac{L}{C\, r}\, V_1$$

en op de derde kring:

$$V_3 = S\, \frac{L}{C\, r}\, V_2 = \frac{S^2\, C_1\, L^2}{C^3\, r^2}\, \frac{\omega}{2\, a}\, E_m$$

hetgeen te bewijzen was.

Eindhoven, 6 Februari 1932.

AANHANGSEL

Met behulp van de operatorenrekening kan het in hoofdstuk II § 2 verkregen resultaat volgens Dr. v. d. Pol op de volgende manier berekend worden.

De gegeven vergelijkingen luiden:

$$L\,C\,V_2'' + r\,C\,V_2' + V_2 = S\,(L\,V_1' + r\,V_1)$$

$$L\,C\,V_3'' + r\,C\,V_3' + V_3 = S\,(L\,V_2' + r\,V_2)$$

$$V_1 = \frac{C_1}{C}\,\omega\,G(\omega)\,e^{-\alpha t}\sin\omega t$$

waarbij voor $t = o$ $V_2 = V_2' = V_3 = V_3' = o$

Verder is nog $\alpha = \frac{r}{2L}$ en $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2}$

zoodat

$$(p^2 + 2\,\alpha p + \omega_o^2)\,V_2 = \frac{S}{C}(p\,L + r)\,V_1$$

$$(p^2 + 2\,\alpha p + \omega_o^2)\,V_3 = \frac{S}{C}(p\,L + r)\,V_2$$

$$V_1 \doteq \frac{C_1}{C}\,\omega\,G(\omega)\,\frac{\omega p}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$$

Dus, met $K = \frac{S^2\,C_1\,\omega\,G(\omega)}{C^3}$

$$V_3 \doteq K\,\frac{(p + 2\,\alpha)^2}{(p^2 + 2\,\alpha p + \omega_o^2)^2}\cdot\frac{\omega p}{(p+\alpha)^2 + \omega^2} = K\,\frac{(p + 2\,\alpha)^2\,\omega p}{\{(p+\alpha)^2 + \omega^2\}^3}$$

Met behulp van een relatie uit de operatorenrekening [1])

[1]) v. d. Pol. On the operational solution of linear differential equations. Phil. Mag. VIII, 861, 1929; Vergelijking 8 pag. 863.

$$\frac{p}{p+a} f(p+a) \doteq e^{-ax} h(x)$$

is te berekenen:

$$e^{at} V_3 \doteq K \frac{(p+a)^2 \omega p}{(p^2+\omega^2)^3} \doteq K \omega \frac{1}{p} \cdot \frac{p^2 + 2ap + a^2}{(p^2+\omega^2)^2} \cdot \frac{p^2}{p^2+\omega^2}$$

Nu is $\quad sin\, \omega t \doteq \dfrac{\omega p}{p^2+\omega^2}$ en $cos\, \omega t \doteq \dfrac{p^2}{p^2+\omega^2}$

en volgens een andere relatie [1])

$$p \left(-\frac{d}{dp}\right)^n \left(\frac{f(p)}{p}\right) \doteq x^n h(x)$$

$$t\, sin\, \omega t \doteq \frac{2 \omega p^2}{(\omega^2 + p^2)^2}$$

waaruit met behulp van de volgende relatie [2])

$$\frac{1}{p} f(p) \doteq \int_0^t h(\tau)\, d\tau$$

$$\frac{2 \omega p}{(p^2+\omega^2)^2} \doteq \int_0^t \tau\, sin\, \omega \tau\, d\tau \doteq -\frac{t}{\omega} cos\, \omega t + \frac{1}{\omega^2} sin\, \omega t$$

Evenzoo

$$\frac{2 \omega}{(p^2+\omega^2)^2} \doteq \int_0^t \left(-\frac{\tau}{\omega} cos\, \omega \tau + \frac{1}{\omega^2} sin\, \omega \tau\right) d\tau \doteq$$

$$\doteq -\frac{t}{\omega^2} sin\, \omega t - \frac{2}{\omega^3} cos\, \omega t + \frac{1}{\omega^3}$$

zoodat tenslotte met het volgende theorema [3])

$$f_1(p) f_2(p) \frac{1}{p} \doteq \int_0^t h_1(\tau) h_2(t-\tau)\, d\tau$$

voor V_3 geschreven kan worden:

---

[1]) loc. cit. vergelijking 12, pag. 863.

[2]) loc. cit. vergelijking 7, pag. 863.

[3]) loc. cit. vergelijking 17, pag. 864.

$$V_3 = K e^{-at} \int_0^t \cos \omega (t - \tau) \left\{ \frac{\tau}{2} \sin \omega \tau + \frac{a}{\omega} \left(- \tau \cos \omega \tau - \frac{1}{\omega} \sin \omega \tau \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a^2}{2 \omega^2} \left(- \tau \sin \omega \tau - \frac{2}{\omega} \cos \omega t + \frac{1}{\omega} \right) \right\} d \tau =$$

$$= \frac{K e^{-at}}{8 \omega^2} \left[t^2 (\omega^2 - a^2) \sin \omega t + t^2 (- 2 a \omega) \cos \omega t + t \, . \, 2 a \sin \omega t + \right.$$

$$\left. + t \left(- \omega - \frac{3 a^2}{\omega} \right) \cos \omega t + \left(3 \frac{a^2}{\omega^2} + 1 \right) \sin \omega t \right]$$

welk resultaat overeenkomt met wat in Hoofdstuk II § 2 gevonden is.

SUMMARY

In chapter I a method is set forth of measuring the frequency spectrum of disturbances, occurring at the reception of radio-signals, which method is founded on a known property of these disturbances. An apparatus adapted to perform these measurements is described; diagrams are shown, in which some results of measurements of disturbances, generated by 1) motors, 2) rectifiers, are designed. It is shown that these frequency spectra are very different.

The calculations, required for obtaining the results indicated in chapter I, have been worked out in chapter II, a) with Fourier analysis and b) with the operator method.

RADIO-TELEFOON-VERBINDING MET SCHEPEN

door

Ir. F. DE FREMERY e. i.

Ing. International Telephone and Telegraph Laboratories

Reeds in het begin van de ontwikkeling van de radio-telefonie zijn pogingen gedaan om telefoon-verbindingen tusschen schepen op zee en den vasten wal tot stand te brengen. Toentertijd konden slechts lange golven en zenders van betrekkelijk gering vermogen toegepast worden. Het is daaraan toe te schrijven, dat bevredigende resultaten alleen verkregen werden over beperkte afstanden, zoodat het commercieele belang van die verbindingsmogelijkheid gering was. Door de ontwikkeling van de radio-telefonie op korte golven werden nieuwe mogelijkheden geopend voor het overbruggen van groote afstanden met tamelijk gering vermogen, welker toepassing verbindingen met schepen commercieel belangrijk maakten.

Bij de technische oplossing van scheepstelefonie doen zich verscheidene moeilijkheden voor die bij de radio-telefonie tusschen vaste punten geen rol spelen. Dit is het gevolg van het feit, dat op schepen de radio-ontvanger niet ver verwijderd kan worden van den zender, noch ver weg van storingsbronnen, zooals motors voor kranen, liften, ventilators enz., welke collectorstoringen veroorzaken. Maar bovendien worden er heel veel storingen veroorzaakt door de veranderlijke contacten in de kabels en tuien van het schip, voornamelijk merkbaar op zee en in ruw weer, waarvan het gevolg is variatie in de absorbtie van draaggolfenergie, zoodat het veld in de omgeving van de ontvang-antenne veranderlijk is. Storing van deze soort is tuistoring genoemd. De storing van den scheepsontvanger door den scheepszender en de hinder van collectorstoringen en tuistoringen moeten overwonnen worden om tot een commercieel bruikbare ontvangst aan boord te geraken. De wijze waarop deze moeilijkheden opgelost zijn door de International Telephone

and Telegraph Laboratories Inc zal in het kort uiteengezet worden in de volgende beschrijving van een radiofoon installatie op de R. M. S. Olympic. De installaties op andere groote passagiersschepen is van denzelfden aard.

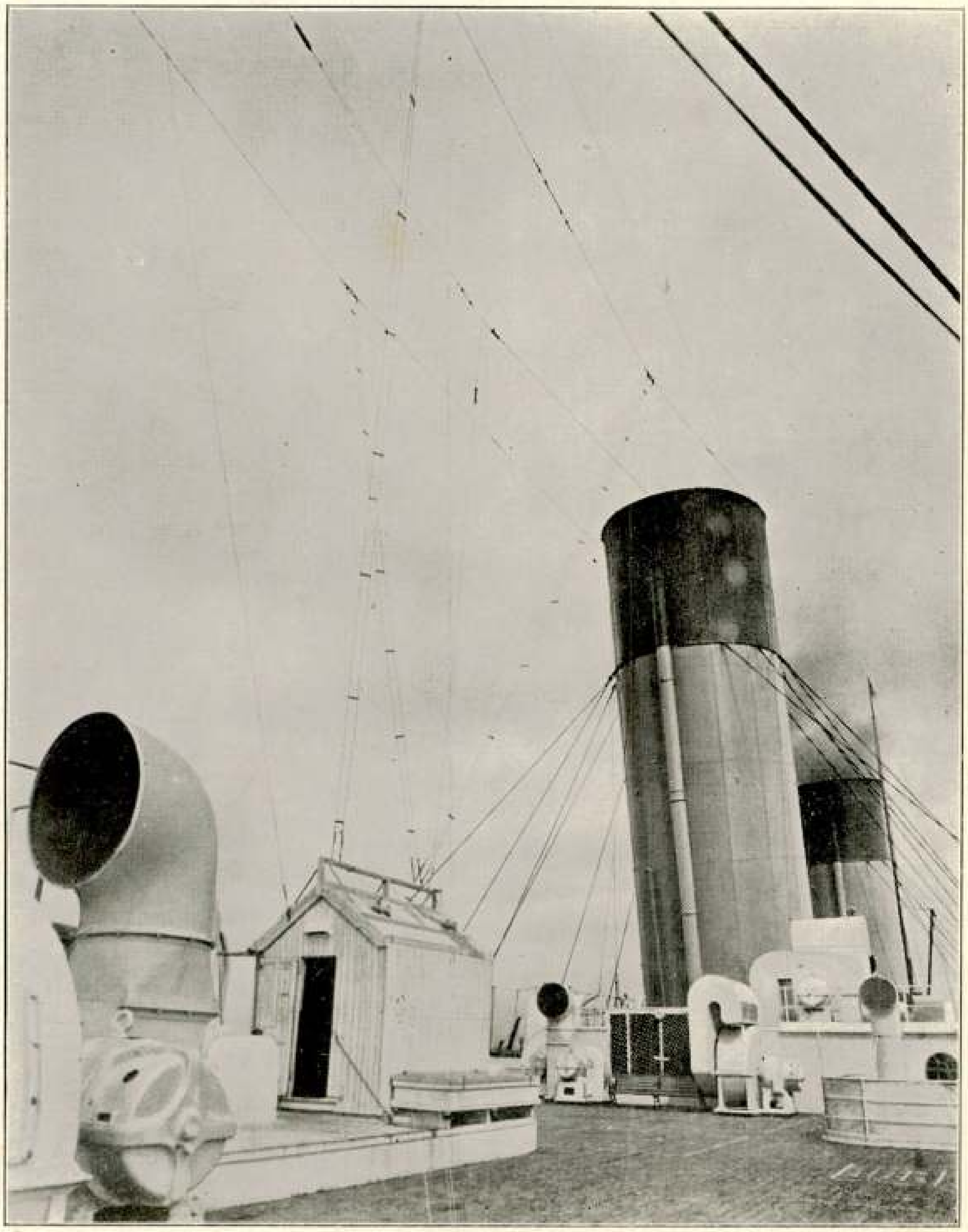
Antennae.

Aangezien een gegeven golflengte slechts gedurende enkele uren per dag een goede verbinding geeft tusschen twee punten, is een aantal golflengten noodig om een betrouwbare dienst te onderhouden voor het grootste deel van den dag. Voor verbindingen tusschen vaste punten zijn gewoonlijk drie golflengten voldoende, maar aangezien de bruikbaarheid van een golflengte afhangt van de te overbruggen afstand, is een grooter aantal golflengten noodig voor transatlantische radiofoondienst met schepen. De resultaten van proeven genomen gedurende vele maanden, en welke bevestigd zijn door de ervaring met verscheidene jaren dienst, hebben aangetoond, dat golflengten van ongeveer 18 m., 24 m. en 34 m. noodig zijn voor het verkeer met schepen in volle zee en dat voor het verkeer wanneer de schepen de kust naderen, golflengten van 60 m. en 100 m. gebruikt moeten worden.

Gerichte antennes kunnen aan boord niet toegepast worden, want de koers van het schip verandert aanmerkelijk gedurende een overtocht. Bovendien zou plaatsgebrek het gebruik daarvan onmogelijk maken. Vertikale antennes hebben het voordeel van geen richtingseffect te hebben, maar dit type van antenne wordt sterk beïnvloed door de betuïing van het schip. Horizontale dipolen zijn veel gunstiger in dit opzicht en deze kunnen ook veel makkelijker aangebracht worden. Voor ontvangst heeft dit type het speciale voordeel van zoo ver mogelijk van de bronnen van collectorstoringen verwijderd te zijn. Hoewel theoretisch de dipool niet straalt in de richting van de as, is dit richtingseffect niet waargenomen, vermoedelijk wegens het feit dat het veld van een van de scheepsantennes vervormd is door de aanwezigheid van de andere antennes en van tuien en kabels.

De dipolen zijn door dubbeldraads-transmissielijnen met de radioinrichting verbonden. Om de storingsinductie gering te houden is de afstand tusschen de geleiders zoo klein gemaakt als mogelijk is met het oog op goede isolatie onder alle weersomstandigheden.

Voor de 60 m. en 100 m. golven zouden dipolen te lang worden. Voor deze golflengten werden vertikale antennes van



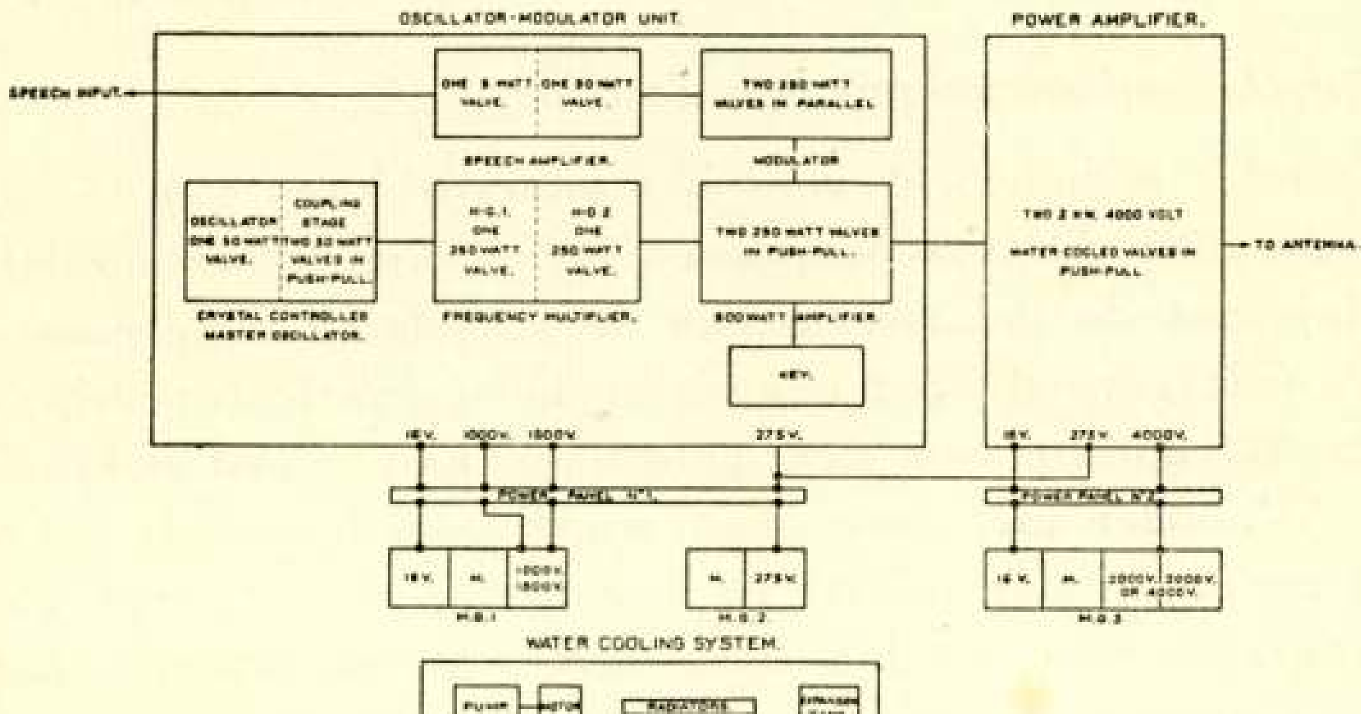
Figuur 1.
Ontvangantennes en ontvanghut RMS. „Olympic".

ongeveer een kwart golflengte gebruikt. Deze werden direct aan de radio-inrichting gekoppeld.

Zooals op figuur 1 te zien is, zijn de ontvangantennes op de RMS. Olympic tusschen den tweeden en den derden schoorsteen aangebracht. De zendantennes zijn van hetzelfde type en zijn aangebracht tusschen den vierden schoorsteen en den achtermast.

De zender.

Daar de installatie aan boord niet kan gebruikmaken van de voordeelen van gerichte antennes, moet de scheepszender van vrij groot vermogen zijn om voldoende signaalsterkte aan het landstation te leveren. Hoewel een 250 watt zender (draaggolfvermogen voor telefonie) voldoende bevonden werd voor het



Figuur 2.
Principe schema-zender.

grootste deel van den tijd, werden zenders geïnstalleerd voor 2,5 KW. draaggolfvermogen teneinde verzekerd te zijn van goede verbindingen gedurende 24 uren per dag, zelfs onder ongunstige omstandigheden, voor een groot aantal dagen per jaar.

De zenders zijn van het kristalgestuurde type voorzien van frequentie-verdubbeling voor de kortere golven. De frequentie van de golven uitgezonden door dit zendertype is geheel onafhankelijk van het slingeren van de antenne, hetgeen van veel belang is voor den goeden ontvangst aan land.

Een blokschema van den gebruikten zender is gegeven in figuur 2. De zender is van hetzelfde type als dat beschreven door C. E. Strong in Electrical Communication, February 1930. De uitvoering was echter verschillend in mechanisch opzicht, daar versterking van vele deelen noodig was teneinde den zender bestand

te maken tegen het slingeren en stampen van het schip en tegen de sterke trillingen van de bovendekken van snelle schepen. Het is van veel belang dat alle deelen goed bevestigd zijn en dat alle onderdeelen stijf zijn, daar anders microfonische effecten niet te vermijden zijn en frequentie variaties kunnen optreden.

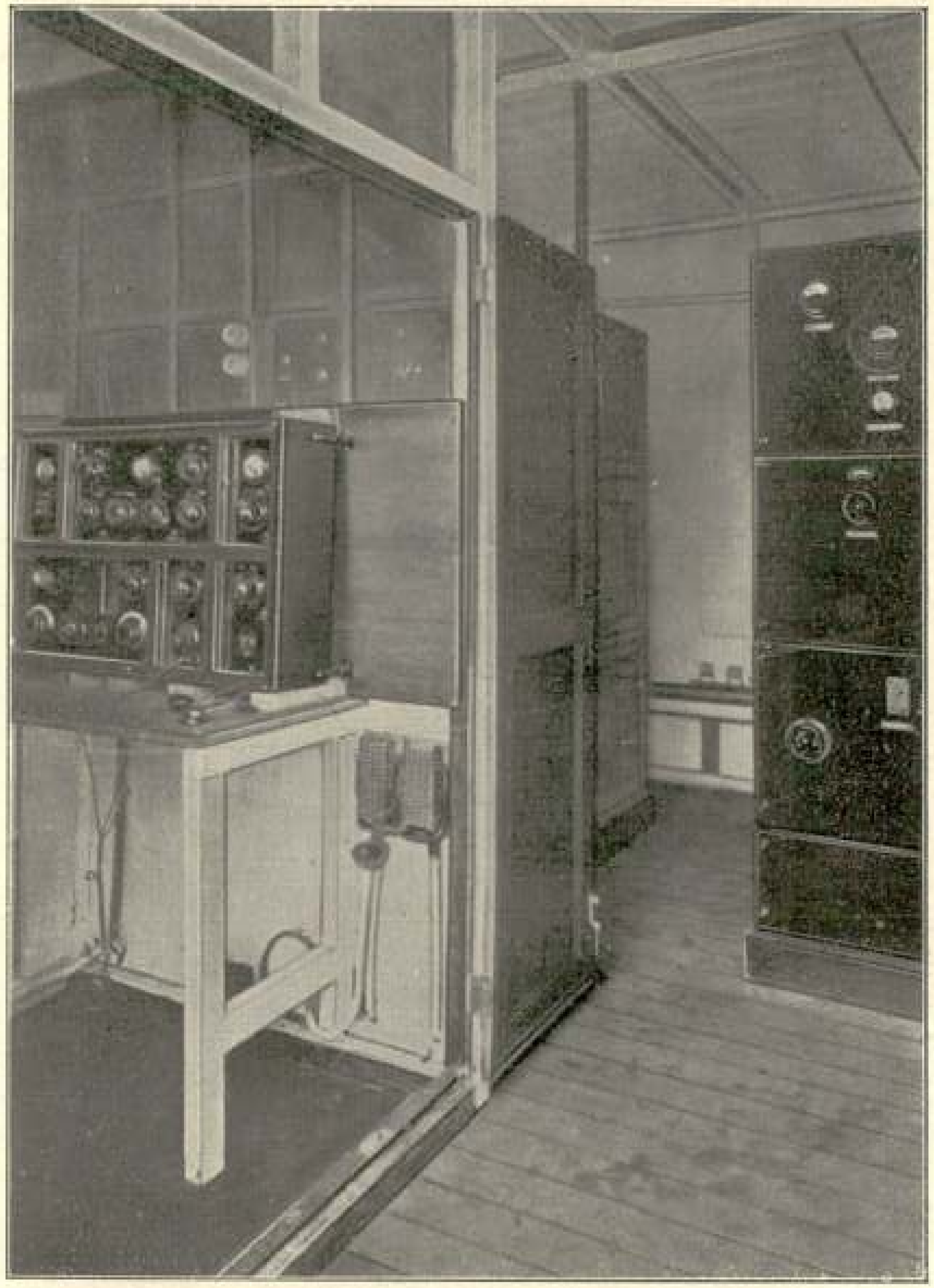
De zender was geïnstalleerd in een dekhuis achter aan de stuurboordzijde van het bootendek (zie figuur 3) en de machines welke de gloeidraad, plaat en rooster energie leveren voor de verschillende zendertrappen, zijn ondergebracht in een dekhuis aan de bakboordzijde van het bootendek (zie figuur 4). Met de ruimte moest gewoekerd worden, maar toch is de inrichting van de hutten zoodanig dat alle deelen van den zender goed toegankelijk zijn voor inspectie en dat het uitwisselen van spoelen bij het veranderen van golflengte makkelijk kan plaats hebben.

Automatische onderdrukking van de draaggolf.

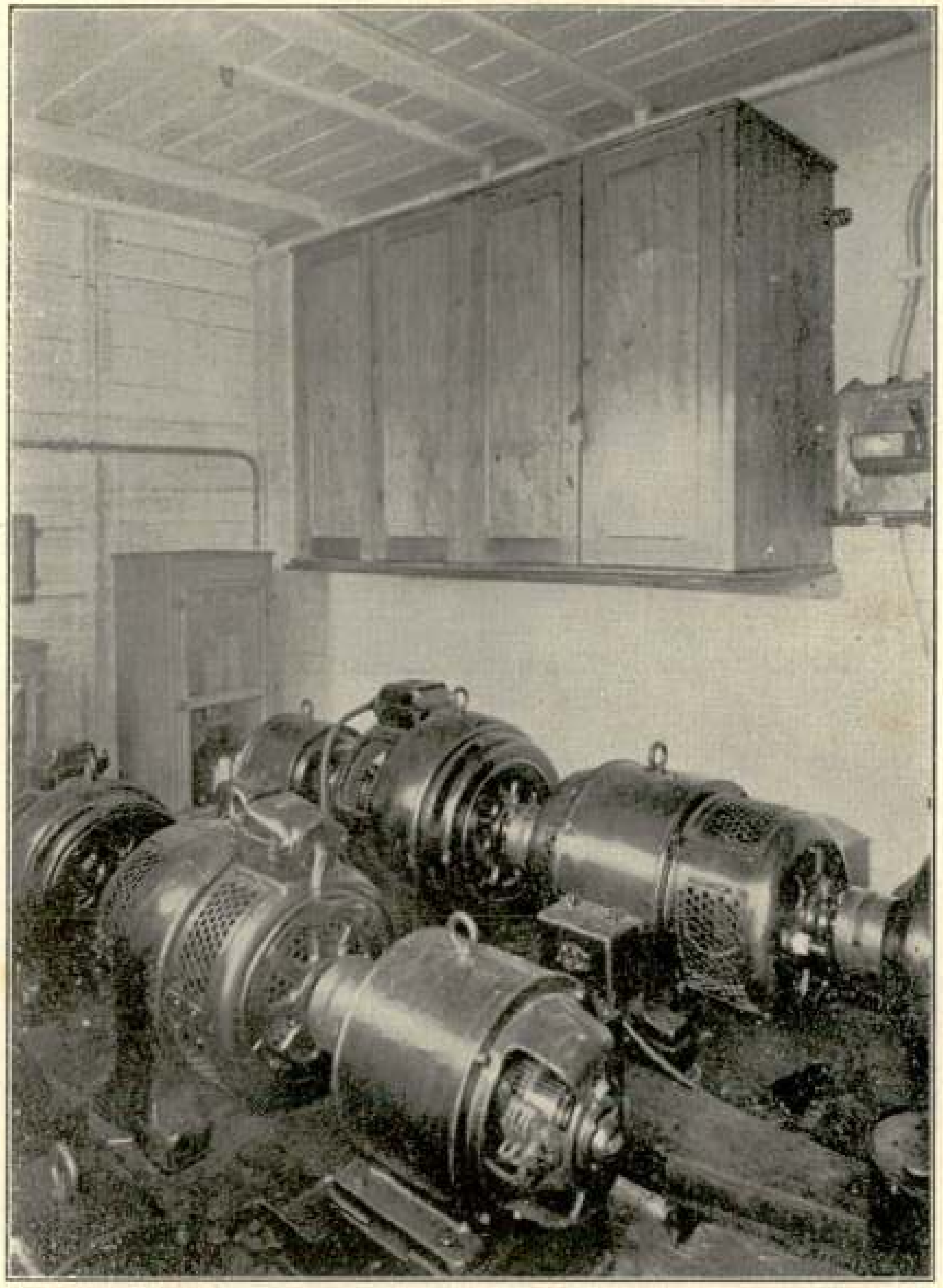
De zender is ingericht voor het onderdrukken van de draaggolf gedurende de tusschenpoozen in spreken, door middel van een relais dat de polarisatie van de stuurlamp beheerscht. Dit relais wordt gevoed door een versterker-gelijkrichter welke door de spreekstroomen van den gebruiker aan boord bekrachtigd wordt. Wanneer niet gesproken wordt aan boord, is het relais in rust en een hooge negatieve rooster spanning wordt aan de stuurlamp gegeven zoodat deze niet kan oscilleeren. Zoodra gesproken wordt, wordt een deel van de spreekstroomen in de versterker-gelijkrichter versterkt en gelijkgericht, en de gelijkgerichte stroom bekrachtigt het relais dat optrekt en de normale roosterspanning aan de stuurlamp geeft, zoodat deze de draaggolf gaat genereeren. Wanneer de gebruiker aan boord ophoudt te spreken, verliest het relais zijn bekrachtiging, de stuurlamp krijgt weer hooge negatieve roosterspanning en de draaggolf wordt gestopt.

Door het onderdrukken van de draaggolf in ontvangperiodes, wordt de tuistoring vermeden. Het is van het grootste belang de draaggolf zoo volledig mogelijk te onderdrukken, want zelfs zeer geringe lek van de draaggolf tijdens de ontvangperiode is voldoende om een sterke tuistoring teweeg te brengen. Het vermijden van de tuistoring door het onderling verbinden van de belangrijkste deelen van tuien en kabels door koperdraden is niet praktisch uitvoerbaar.

Wanneer de zender de draaggolf genereert gedurende de ontvangperiode, werkt die op den ontvanger als een zeer sterk



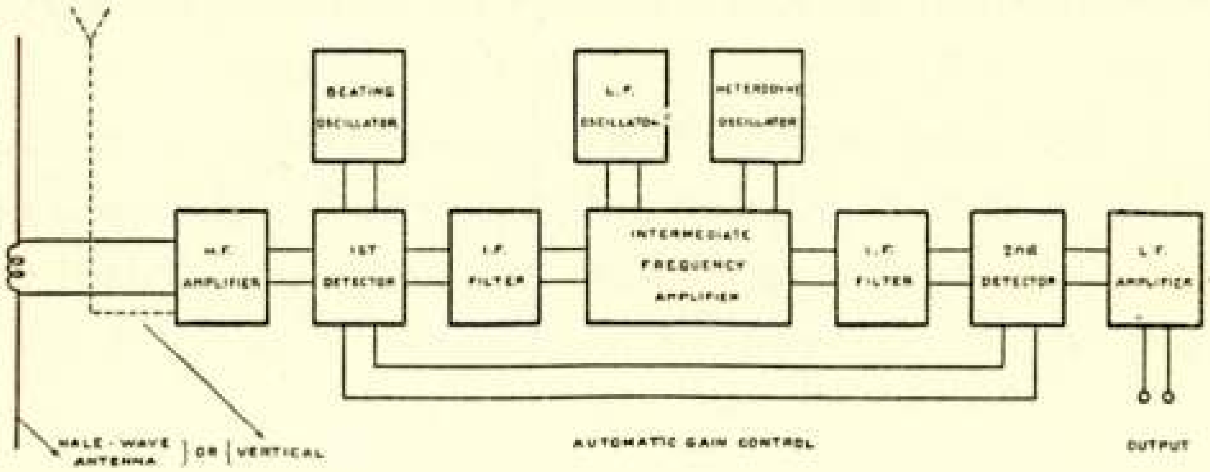
Figuur 3.
Zenderhut RMS. „Olympic".



Figuur 4.
Machinehut RMS. „Olympic".

storend signaal. De ontvanger moet voorzien zijn van een automatische sterkte regeling om fading te overwinnen en die inrichting zal de versterking van den ontvanger verminderen in de mate dat de draaggolf door den ontvanger opgenomen wordt. Deze vermindering in versterking is niet te verwaarloozen wanneer een gevoelige ontvanger dicht bij een sterken zender moet werken, vooral wanneer het verschil in golflengte klein is. Het gewenschte signaal wordt slechts met deze verminderde versterking ontvangen en de gevoeligheid van den ontvanger is dus veel minder geworden wanneer de zender werkt. Het is duidelijk dat deze ontvangstmoeilijkheid aan boord geheel ontgaan wordt wanneer de draaggolf onderdrukt wordt in de periodes dat ontvangen wordt, want dan wordt de automatische sterkteregeling alleen beheerscht door het ontvangen signaal.

De onderdrukking van de draaggolf in de tusschenpoozen dat



Figuur 5.
Principe schema-ontvanger.

niet gesproken wordt, geeft een groote bezuiniging in energieverbruik en geeft een zekere mate van geheimhouding, want het is veel moeilijker af te stemmen op een verbinding die daarmee werkt dan op een verbinding waarvan de draaggolf steeds beschikbaar is voor het afregelen van een ontvanger.

De ontvanger.

De radio-ontvanger aan boord werkt onder zeer ongunstige omstandigheden. Een speciale ontvanger moest voor dit werk ontworpen worden, welke voldoende afgeschermd was, voldoende selectief was en mechanisch bestand was tegen de sterke trillingen aan boord, terwijl de bediening zeer eenvoudig moest zijn. Het superheterodyne type werd gekozen om aan deze eischen te voldoen. Het blockschema van den gebruikten ontvanger is gegeven in figuur 5. Een bandfilter dat slechts de voor commercieele telefonie noodzakelijke frequenties doorlaat en dat de frequenties buiten dien band bizonder sterk onderdrukt, wordt

in den tusschenversterker gebruikt. Figuur 6 geeft een beeld van den ontvanger.

De ontvanger wordt gebruikt in verband met speciale gebalanceerde antenne-kringen waarin de signaalstroomen gescheiden worden van storingsstroomen die in de transmissielijnen tusschen de antennes en den ontvanger geïnduceerd zijn. De signaalstroomen hebben n.l. tegengestelde phase in de twee geleiders, terwijl de geïnduceerde storingsstroomen dezelfde phase hebben in de twee geleiders. Door middel van gebalanceerde transformatoren kunnen deze twee stroomsoorten gescheiden worden.

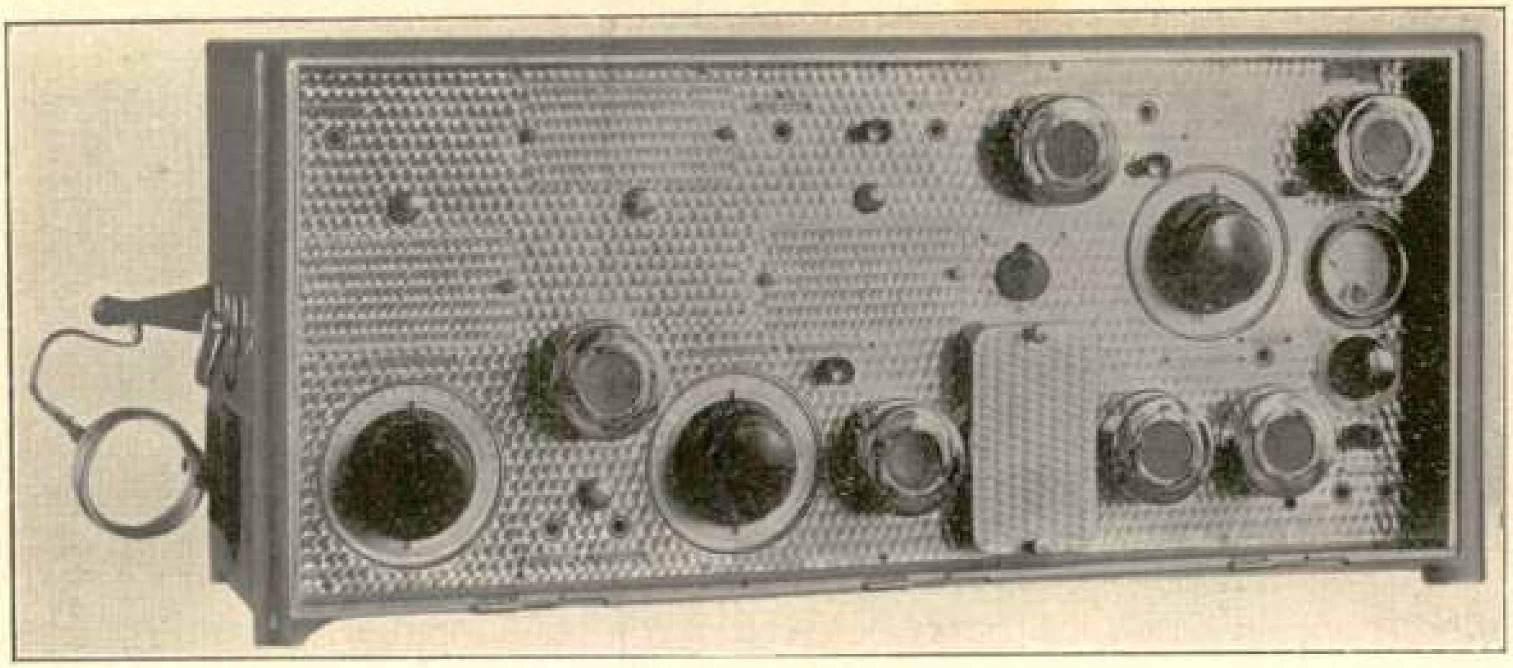
Wanneer draaggolfonderdrukking toegepast wordt, kan de zender de ontvangst niet meer storen. Gedurende het zenden zou de spreker echter gehinderd worden door sterke ontvangst van zijn eigen woorden, maar dit is vermeden door het voorzien van een tweede relais dat door den gelijkrichter bekrachtigd wordt en waardoor de verbinding tusschen den ontvanger en de telefoon van den gebruiker kortgesloten wordt.

Dit is echter nog niet voldoende, want het is noodig speciale maatregelen te nemen om den ontvanger te beschermen gedurende het zenden, daar het gebleken is dat de levensduur van de eerste lamp in den ontvanger aanmerkelijk verkort wordt door de sterke overbelasting die deze lamp dan ondergaat. Dit bezwaar kan verminderd worden door het gebruik van zeer selectieve kringen vóór deze lamp, maar dat maakt de bediening van den ontvanger moeilijker. Het nadeel kan opgeheven worden door het aanbrengen van een speciaal relais in de antennekringen welke de afstemming wijzigt gedurende de zendperioden, zoodat daardoor de overbelasting van de eerste lamp vermeden wordt. Ook dit relais wordt door den gelijkrichter van de draaggolf-onderdrukinrichting bekrachtigd.

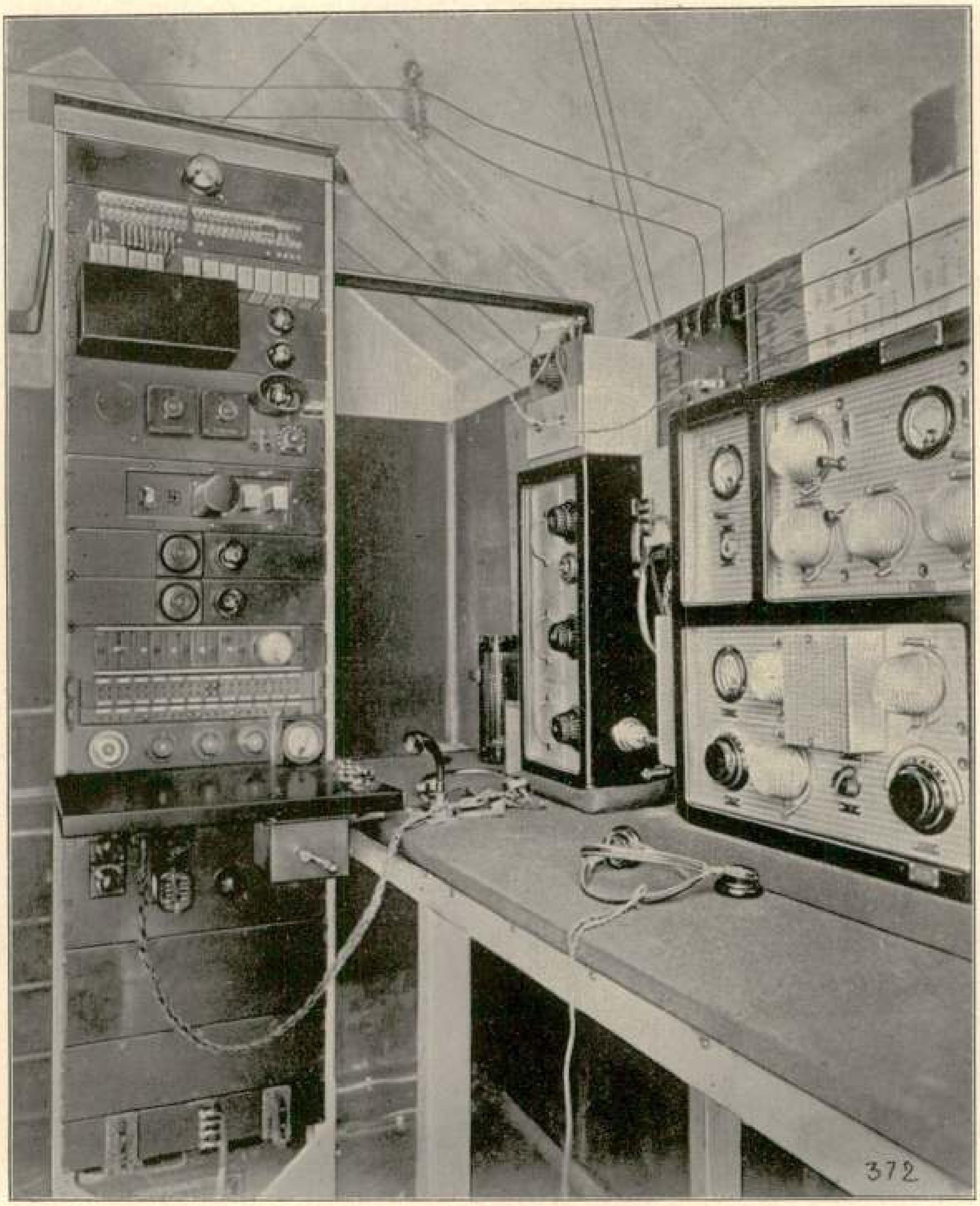
De ontvanger is ondergebracht in het dekhuis dat zichtbaar is in figuur 1. De invloed van collectorstoringen op den ontvanger was zooveel mogelijk verminderd door dit dekhuis inwendig geheel met kopergaas te bekleeden. De batterijen waren ondergebracht in een kist buiten het dekhuis. Filters waren voorzien in alle leidingen die tot in de afgeschermde ruimte doordrongen.

De laagfrequent inrichting.

De zender en ontvanger zijn niet rechtstreeksch verbonden respectievelijk met de microfoon en de telefoon van den gebruiker maar een laagfrequent inrichting is tusschen geschakeld. In deze

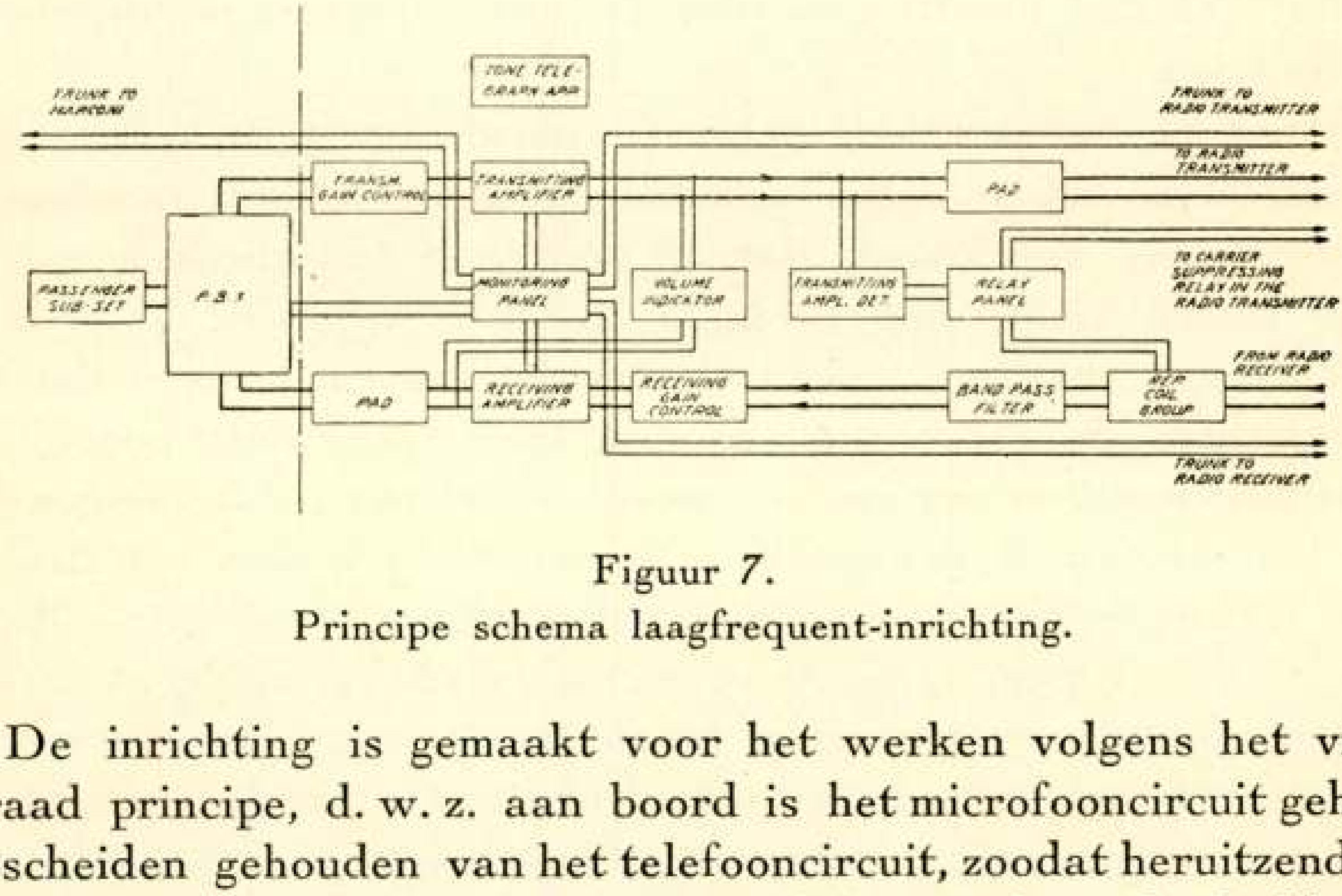


Figuur 6.
Scheepsontvanger.



Figuur 8.
Ontvanghut RMS. „Olympic".

inrichting zijn ondergebracht de regelbare laagfrequentversterkers in de spreek- en in de luisterlijn, de versterker-gelijkrichter en de hulprelais voor de draaggolf-onderdrukking, de oproep, signaal en verbindingsmiddelen van de dienstlijnen tusschen de verschillende deelen van de radio-installatie, scheeps-organisatie en administratie, de middelen waardoor de radiofonist kan meeluisteren, kan spreken met den gebruiker op het schip en zelf kan spreken met het land ter voorbereiding van een gesprek, een volumemeter waardoor de radiofonist instaat is steeds de laagfrequente versterking te houden op een peil waarbij de zender met de gewenschte modulatiediepte werkt en de voor scheepsinstallaties vereischte telegraafmogelijkheden. Het principe schema van de voornaamste deelen van deze inrichting is gegeven in figuur 7.



Figuur 7.
Principe schema laagfrequent-inrichting.

De inrichting is gemaakt voor het werken volgens het vierdraad principe, d. w. z. aan boord is het microfooncircuit geheel gescheiden gehouden van het telefooncircuit, zoodat heruitzending van het ontvangen signaal niet mogelijk is. Echo-onderdrukkers, zooals gewoonlijk gebruikt worden in de laagfrequente inrichtingen van radioverbindingen die met gewone tweedraads telefoon systemen werken, zijn dus niet noodig in dit geval. Toch is een versterker-gelijkrichter afgetakt van de spreek-lijn, want deze is nu noodig voor het bekrachtigen van de relais voor de onderdrukking van de draaggolf enz. Deze versterker-gelijkrichter vereischt niet, zooals die in de tweedraadsinrichtingen, afstelling in verband met de omstandigheden, maar kan steeds op maximum gevoeligheid blijven ingesteld. De eenige regeling waarop de radiofonist moet letten, is die van de laagfrequent versterkers, teneinde, onafhankelijk van sterke of zwakke sprekers, steeds

de gewenschte modulatiediepte van den zender te verzekeren.

Het schakelschema van de relais die gebruikt worden in verband met de onderdrukking van de draaggolf, is zoodanig ingericht dat wanneer met spreken begonnen wordt, in de eerste plaats de verbinding tusschen den ontvanger en telefoon van den gebruiker wordt verbroken, zoodat schakelklikken, die door de volgende schakeloperatie veroorzaakt zouden kunnen worden, den spreker niet kunnen hinderen; vervolgens worden de antennekringen van den ontvanger buiten afstemming en buiten koppeling gebracht en eerst daarna wordt de draaggolf gegenereerd. Al deze schakelingen worden bewerkstelligd door snelwerkende relais, zoodat zeer weinig tijd (minder dan 6 mS.) verloren gaat tusschen het oogenblik dat met spreken begonnen wordt en het uitzenden van de draaggolf. Het afsnijden van het allereerste begin van het gesprokene is in de praktijk bijna onmerkbaar, zoodat het niet noodig geoordeeld werd een vertragingsnetwerk te voorzien.

Wanneer het spreken ophoudt, wordt het terugkeeren van de inrichting tot de ontvangconditie beheerscht door nawerkende relais, welke voorkomen dat de draaggolf onderbroken wordt voor iedere kleine onderbreking tusschen woorden of tijdens lettergrepen die zoo weinig electrische energie leveren dat de gelijkrichter de relais niet houden kan. Door deze onnoodige onderbrekingen te vermijden, wordt voorkomen dat telkens bij het herstel van de draaggolf weer een klein verlies van deelen van lettergrepen door afsnijding tengevolge van relaistraagheid zou plaats hebben. Deze nawerkende relais verminderen dus de tusschentijdsche afsnijding in belangrijke mate. De nawerking kan echter niet te lang gemaakt worden daar anders afsnijding van het begin van het antwoord hinderlijk zou worden. Bij den terugkeer is de volgorde van het schakelen juist tegenovergesteld aan de volgorde gevolgd in het begin, zoodat de radio-ontvanger pas op het laatst verbonden wordt aan de telefoon van den gebruiker; daardoor wordt weer vermeden dat deze door schakelklikken gehinderd zou kunnen worden.

In het geval dat de zender zelfgenereerend zou werken (dus wanneer de draaggolf niet meer beheerscht wordt door de stuurlamp) zorgt een relais, dat door een contrôle-gelijkrichter (welke aan den laatsten trap van den zender gekoppeld is) bekrachtigd wordt, dat de relais in de antennekringen van den ontvanger geblokkeerd worden, zoodat de ontvanger beschermd blijft zoolang er hoogfrequente energie in den zender geproduceerd wordt.

De laagfrequent-inrichting van de RMS. Olympic is te zien links in figuur 8. Rechts daarvan is de radio-ontvanger. Deze opstelling maakt éénman bediening mogelijk.

De installatie.

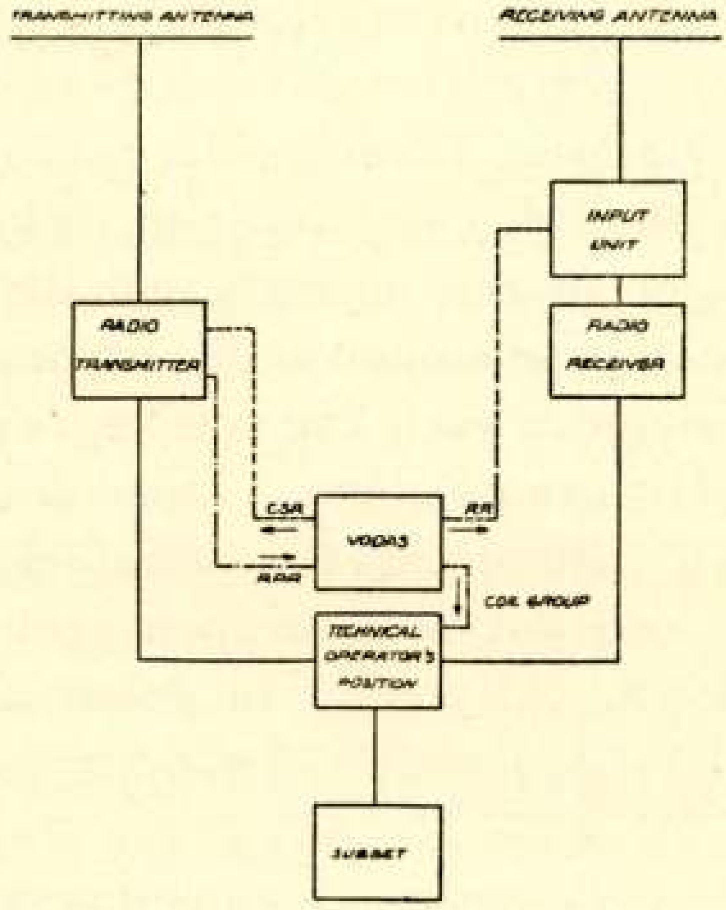
De telefooncel van waaruit de passagiers kunnen spreken is gelegen bij het bureau van den administrateur. De zend- en ontvangapparaten zijn geïnstalleerd op het bootendek, de ontvanger en de laagfrequent-inrichting vooruit, de zender op het achterschip. Slechts twee vakkundige radiofonisten zijn noodig voor het bedienen van de installatie en een piccolo voor het boeken van aanvragen en voor het verstrekken van inlichtingen aan passagiers. De telefooncel is door loodkabels verbonden met de laagfrequent-inrichting. Dienstlijnen verbinden deze inrichting met het verblijf van den kapitein, het bureau van den administrateur enz.

Op de RMS. „Majestic" is een verdere stap naar goedkoopere exploitatie gedaan door den ontvanger en de laagfrequent-inrichting onder te brengen in een afgeschermd deel van de zend-hut. De ontvangantennes zijn behouden in de oorspronkelijke opstelling vooruit, en zijn verbonden met den ontvanger op het achterschip door afgeschermde transmissielijnen. Door deze concentratie kan de geheele installatie door slechts één radiofonist bediend worden. Op figuur 3 is te zien dat ook stappen gedaan zijn om de installatie van de RMS. „Olympic" in dezen zin om te bouwen.

Duplexverkeer op één golflengte.

De zender en de ontvanger aan een uiteinde van een telefoonverbinding werken nooit gelijktijdig maar worden afwisselend in gebruik genomen. Door de toepassing van de onderdrukking van de draaggolf wanneer niet gesproken wordt, kan de zender aan boord het luisteren op den scheepsontvanger niet storen en door toepassing van de afstemming ontregelende relais in de antennekringen wordt de ontvanger beschermd tegen de uitgezonden energie gedurende de spreekperioden. Het is duidelijk dat in deze omstandigheden een verschil in golflengte niet meer noodig is om te onderscheiden tusschen de van het schip uitgaande en de voor het schip bestemde etherweg, want de richting waarin verkeer mogelijk is wordt bepaald door de positie van de relais. Dientengevolge is het dus mogelijk een radioverbinding met onderdrukking van de draaggolf te doen werken op één enkele golflengte voor de beide richtingen.

Het principe schema van een installatie die op één golflengte werkt is gegeven in figuur 9. De volle lijnen in deze figuur stellen voor de verbindingen welke voor communicatie gebruikt worden en de gebroken lijnen de verbindingen die dienen om de relais te doen werken. De relais in de antennekringen worden bekrachtigd over de verbinding R R, de lijn tusschen den ontvanger en de laagfrequent inrichting wordt onderbroken via de verbinding „coil group" en de relais die de roosterspanning van de stuurlamp regelen worden over de verbinding C S R bekrachtigd. Over de verbinding R P R worden de relais in de antennekringen van den ontvanger geblokkeerd zoolang er hoogfrequente energie in den zender aanwezig is.



Figuur 9.
Principe schema één golflengte systeem.

Het is te verwachten dat het werken op één golflengte van veel belang zal zijn voor de oplossing van het golflengtevraagstuk, want het maakt mogelijk het aantal verbindingen dat gelijktijdig kan werken in een gegeven golflengteband, te verdubbelen. Dit heeft bizonder veel waarde voor het verkeer met schepen, aangezien daarvoor een groot aantal onafhankelijke diensten, met betrekkelijk licht verkeer, voorzien moeten worden van golflengten die, wegens de eischen van goede overbrenging over gegeven afstanden, allen in enkele nauwe frequentiebanden gekozen moeten worden.

Ontwikkeling.

De ontwikkeling van de kortegolftelefonie met schepen over groote afstanden kan in drie perioden verdeeld worden.

De eerste periode loopt van het einde van 1928 tot Juli 1929. Gedurende dien tijd werden telefonieproeven genomen tusschen de RMS „Berengaria" van de Cunard Cy en het experimenteele radiostation van Les Laboratoires Le Matériel Téléphonique te Trappes bij Parijs. Het resultaat van deze proeven was dat de voor het verkeer tijdens een overtocht van den Atlantischen Oceaan noodige golflengten en het vereischte vermogen voor den scheepszender en den zender aan land vastgesteld konden worden. Deze periode werd afgesloten op 18 Juli 1929 door een demonstratie van een verbinding tusschen het Auditorium van Les Laboratoires L. M. T. te Parijs en de „Berengaria", welke toen 500 mijlen buiten New York was.

De tweede periode duurt tot het begin van 1930. De installaties van de Cunard-schepen werden in gebruik genomen voor commercieel telegraafverkeer en daarom werd de gelegenheid aangeboden door de White Star Cy aangegrepen om de ontwikkeling voort te zetten op de RMS „Olympic" en de RMS „Majestic".

De „Olympic" werd voorzien van een 2,5 KW. kortegolfzender en van een speciaal ontworpen ontvanger, terwijl belangrijke verbeteringen aangebracht werden aan het antenne-systeem. Het vermogen van den zender te Trappes werd verhoogd tot 7,5 KW. draaggolfenergie aangezien dat wenschelijk gevonden was in de voorgaande proeven voor het verkrijgen van een goede verhouding tusschen signaalsterkte en storingsintensiteit aan boord en tegelijkertijd werd het station te Trappes voorzien van gerichte antennes. Deze antennes waren zoodanig ingericht dat de stralingsrichting gewijzigd kon worden, zoodat het mogelijk was het schip te volgen gedurende een overtocht. Ook hierdoor werd de signaalsterkte aan boord belangrijk verbeterd ten opzichte van de eerste periode. De laagfrequente afsluitinrichting in Trappes werd voorzien van echo-onderdrukkers enz. met het oog op experimenteel verkeer tusschen het laboratorium te Parijs en het schip.

Nadat goede resultaten bereikt waren met de proeven tusschen de „Olympic" en het experimenteele station te Trappes, werden de proeven uitgebreid tot verkeer met de stations van de British Post-Office te Rugby en Baldock en eveneens met de stations

van de Bell Telephone Laboratories te Deal Beach en Forked River. Deze proeven werden genomen met het oog op het openen van commercieel verkeer met de British Post Office en de American Telephone and Telegraph Cy.

In het einde van 1929 werd de „Majestic" ingericht met een installatie welke ingericht werd volgens de ervaring opgedaan op de „Olympic" en deze werkte zoo bevredigend dat op de eerste reis die de „Majestic" maakte (Febr. 12—Febr. 28 1930), na haar jaarlijksche dokperiode, commercieel verkeer geopend werd met de B. P. O. [1])

Omstreeks denzelfden tijd werd de inrichting van de „Olympic" geheel nagezien en verbeterd terwijl dit schip in dok lag en toen dit schip de eerste reis maakte werd eveneens het commercieele verkeer geopend met de B. P. O. en later met de A. T. T. Cy.

In de derde periode worden de installaties geëxploiteerd door de International Marine Radio Company. Door het personeel van deze onderneming werd de concentratie van zender, ontvanger en laagfrequent-inrichting in één hut uitgevoerd. In September 1930 werd de „Canterbury" van de Southern Railway Cy ingericht met een vereenvoudigde installatie en in December 1930 voorzag de I. M. R. C. de „Belgenland" van de Red Star Cy van een volledige installatie waarmede verscheidene lange afstandsdemonstraties gegeven werden tijdens een reis om de wereld die dit schip in het begin van 1931 maakte. In Mei 1931 werden door de I. M. R. C. proeven genomen met het werken op een enkele golflengte tusschen de „Olympic" en de stations van de B. P. O. De installatie van de „Canterbury" heeft ook gediend voor proeven met de stations te Scheveningen en Noordwijkerhout. Later is de „Oranje Nassau" van de Mij Zeeland van een dergelijke installatie voorzien.

De verdere ontwikkeling van het radiofoonverkeer met schepen is in zeer sterke mate geremd door de wereldcrisis.

---

[1]) Col. A. S. Angwin „Ship and Shore Terminal Equipment", Electrical Communication July 1930.

Parijs, Maart 1932.

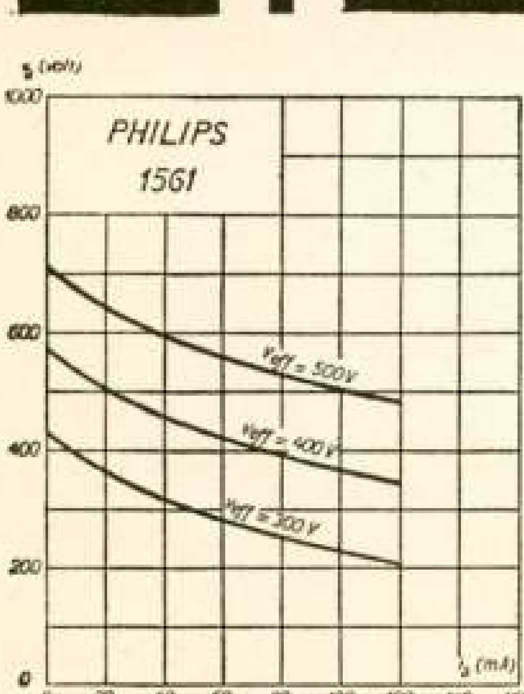
SYNOPSIS

The special difficulties in establishing a radiophone terminal aboard ship are discussed. The advantages of carrier suppression are shown. The single wavelength system is explained as a step towards the solution of the problem of wavelength assignment. The radiophone installation of the RMS Olympic is described.

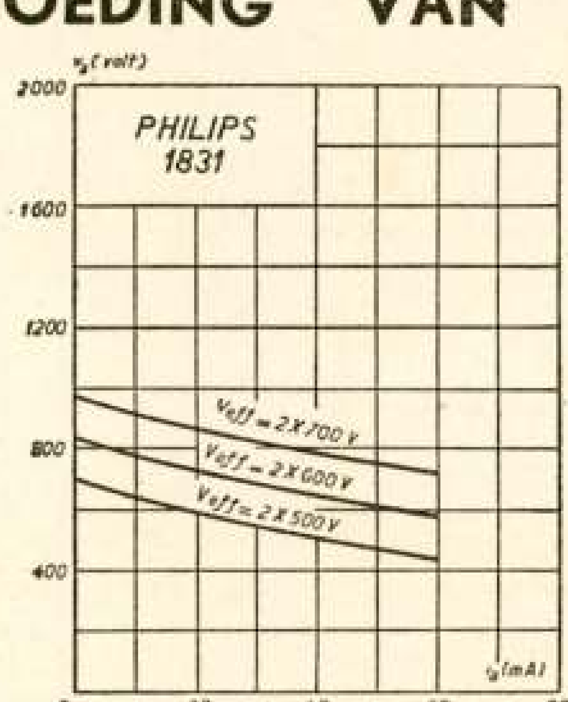


PHILIPS
HOOGVACUUM
GELIJKRICHTBUIZEN
VOOR DUBBELFASIGE GELIJKRICHTING,

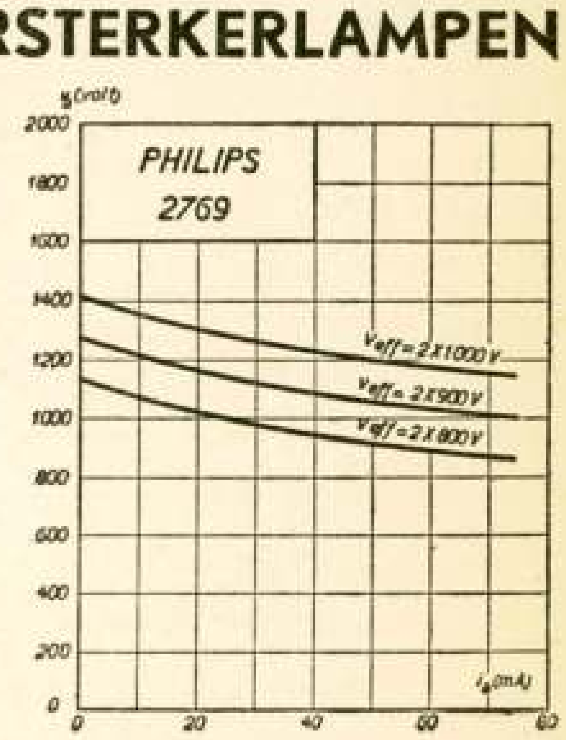
ZIJN IN HET BIJZONDER GESCHIKT VOOR VOEDING VAN VERSTERKERLAMPEN



1561 VOOR
12 WATT VERSTERKERLAMPEN
ZOOALS E 443 N, E 408 N.



1831 VOOR
25 WATT VERSTERKERLAMPEN
ZOOALS F 410, F 443



2769 VOOR
GROOTERE VERSTERKERLAMPEN
ZOOALS M C 1/50

N.V. PHILIPS' RADIO